



Харківський гуманітарний університет  
«Народна українська академія»



# Рубан Л. О. Бізнес- статистика та статистичний аналіз

Навчальний наочний посібник

Харків - 2023

*Затверджено на засіданні  
кафедри економіки та права  
Народної української академії  
протокол № 9 від 03.04.2023 р.*

Автор – укладач: Л. О. Рубан  
Рецензент: Е. І. Цибульська

Рубан Л. О. Бізнес-статистика та статистичний аналіз: навчальний наочний посібник для студентів економічних спеціальностей / Рубан Л. О. – Харків : Вид-во НУА, 2023. – 325 с.

У навчальному посібнику у вигляді ілюстративного матеріалу розглядаються теоретичні засади, методологія та методичні прийоми проведення статистичних досліджень. Призначено для викладачів та студентів економічних спеціальностей закладів вищої освіти.

© Народная украинская академия, 2023

# Зміст

Тема 1. Предмет і метод статистичної науки. Основні категорії

Тема 2. Статистичне спостереження

Тема 3. Статистичне зведення й групування

Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники

Тема 5. Аналіз рядів розподілу. Аналіз варіації ознаки

Тема 6. Вибірковий метод. Статистична перевірка гіпотез

Тема 7. Аналіз інтенсивності динаміки. Статистичне прогнозування

Тема 8. Статистичні індекси

Тема 9. Статистичні методи аналізу зв'язків між явищами

Тема 10. Статистичні таблиці. Статистичні графіки

Рекомендована література

# Тема 1

## ПРЕДМЕТ І МЕТОД СТАТИСТИЧНОЇ НАУКИ. ОСНОВНІ КАТЕГОРІЇ

### Питання:

1. Статистика як суспільна наука, її виникнення й розвиток. Предмет статистики.
2. Основні категорії статистики.
3. Загальні поняття про статистичну методологію. Етапи статистичного дослідження.

1. Статистика як суспільна наука, її  
виникнення й розвиток.

Предмет статистики



Термін “статистика” походить від латинського слова “status”, що в перекладі означає “визначений стан речей”.

**У сучасному розумінні термін “статистика” має декілька значень:**

1. під статистикою розуміють суспільну науку, яка має свій предмет і метод дослідження;
2. під статистикою розуміють практичну діяльність статистичних установ, які збирають і обробляють інформацію про різні явища і процеси суспільного життя;
3. під статистикою розуміють сукупність цифрових показників, які характеризують певні статистичні сукупності чи суспільство в цілому.



Слово «Статистика» вперше використав вчений Готфрід Ахенваль, запозичивши його з італійської мови. В Італії людину, справну у політиці, знавця різних держав, називали *statista*. Ахенваль перетворив прикметник на іменник та ввів слово «статистика», що означало суму знань, потрібних купцям, політикам, військовим та всім культурним людям.



**Статистика** - суспільна наука, яка вивчає кількісну сторону суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною в конкретних умовах місці і часу.

**Предмет статистики** -  
кількісна сторона масових  
суспільних явищ в конкретних  
умовах місця й часу.



**Об'єкт статистики** -  
соціальні, політичні, економічні  
та культурні явища і процеси  
суспільного життя.



**Загальна теорія статистики** – розробляє основні принципи, правила і методи дослідження, загальні для всіх галузей статистики

**Економічна статистика** – розробляє систему економічних показників і методів вивчення національного господарства

**Соціальна статистика** – формує систему показників для характеристики життя населення та різних аспектів соціальних відносин.

**Галузеві статистики**

Статистика промисловості

...

Статистика транспорту

Статистика населення

...

Статистика науки

## 2. Основні категорії статистики



**Статистична сукупність** - маса однорідних об'єктів (елементів, подій, явищ тощо), які мають єдину якісну основу, але різняться між собою певними ознаками.

**Одиниця сукупності** – окремі елементи статистичної сукупності, які є носієм ознак.

**Статистична сукупність** - торговельні підприємства «Рост», «Клас», «Сільпо», «АТБ», їх об'єднує характер послуг.

Одиниці сукупності

«Рост»

«Клас»

«Сільпо»

«АТБ»

**Ознака** - характерна риса або особливість одиниць явищ, яка притаманна елементам сукупності.

**Одиниці сукупності:**

«Рост», «Клас»,  
«Сільпо», «АТБ»



**Ознаки:**

характер послуг (спільна),  
прибуток,  
рівень заробітної плати,  
розмір статутного капіталу,  
виручка від реалізації та ін.

**Варіюючі ознаки** - які набувають в межах сукупності різних числових значень.

**Варіанта** - окреме значення варіюючої ознаки.

**Варіююча ознака:**  
Виручка від реалізації



**Варіанта:**

10 млн. грн. – виручка від реалізації  
мережі «Рост» у 3 кварталі поточного року

вік людини, розряд робітника,  
стаж роботи, урожайність,  
заробітна плата

ознаки, окремі значення яких  
виражаються числами

**кількісні**

стать, професія, галузь, освіта,  
продукція бракована та не  
бракована

ознаки, окремі значення яких не  
виражаються числами

**атрибутивні**

**ОЗНАКИ**

**дискретні**

мають лише окремі числові  
значення

розряд робітника, кількість дітей  
в сім'ї, кількість автомобілів

**інтервальні**

мають будь-які значення в  
певних межах варіації

вік людини, зарплата, ціна  
одиниці товару, стаж роботи,  
сума прибутку

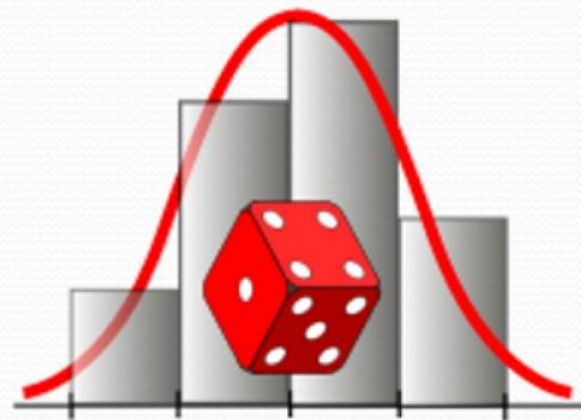
**Статистична закономірність** – повторюваність, послідовність та порядок у масових процесах.

**Групи статистичних закономірностей:**

1. **Закономірності розвитку явищ.** Так, статистика свідчить про зростання кількості населення, зростання тривалості життя тощо.
2. **Закономірності розподілу елементів сукупності.** Це може бути розподіл населення за віком, сімей – за кількістю дітей, комерційних банків – за статутним фондом.
3. **Закономірності структурних зрушень.** Це збільшення частки міського населення в загальній його чисельності.
4. **Закономірності зв'язку між явищами.** Наприклад залежність урожайності від родючості ґрунтів, попиту – від ціни на товар.

Статистична закономірність проявляється лише на підставі дослідження достатньо великої кількості одиниць спостереження.

*Зміст закону великих чисел зводиться до того, що кількісні закономірності масових явищ спостерігаються у великій масі випадків.*



Наприклад, 104-106 хлопчика народжується на 100 дівчат, однак в окремій сім'ї, в окремому населеному пункті це співвідношення може бути різним.

Статистична інформація створюється, передається і зберігається у вигляді показників.

**Статистичний показник** – це кількісна характеристика соціально-економічних явищ чи процесів в конкретних умовах місця і часу.

**Якісний зміст показника** виражається суттю явища і відбивається в його назві: врожайність пшениці за рік на Україні, чисельність студентів у коледжі на початок навчального року тощо. Кількісна сторона подається числом та його вимірником.

4167,3 тис. осіб  
(кількісний зміст  
показника)



це населення  
України на 1.01.2022  
р. (якісний зміст  
показника)



### 3. Загальні поняття про статистичну методологію. Етапи статистичного дослідження



**Статистична методологія** являє собою сукупність статистичних методів дослідження, тобто прийомів і способів вивчення розмірів суспільних явищ.

**Будь-яке статистичне дослідження послідовно проходить три етапи:**

**1. Статистичне спостереження** – це збір первинного матеріалу шляхом реєстрації фактів. На цьому етапі завдання статистики є облік кожної одиниці сукупності та індивідуальних значень властивих їй ознак.

**2. Статистичне зведення і групування** матеріалів статистичного спостереження. Зібрані факти класифікують і систематизують, їх поділяють за ознаками відмінності і об'єднують за ознаками подібності.

**3. Статистичний аналіз** зведеного та опрацьованого матеріалу, в процесі якого виявляються закономірності та зв'язки суспільних явищ.

# Тема 2

## СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

### Питання:

1. Суть, етапи статистичного спостереження.
2. Форми статистичного спостереження.
3. Види та способи статистичного спостереження.
4. Помилки статистичного спостереження та способи їх виправлення.

# 1. Суть, этапы статистического наблюдения





**Статистичне спостереження** – планомірний науково організований процес виробництва статистичної інформації щодо масових явищ і процесів, які відбуваються в економічній, соціальній, демографічній, екологічній, культурній та інших сферах життя суспільства в Україні та її регіонах, з подальшим поширенням цієї статистичної інформації.

Ст.10 Закону України «Про офіційну статистику»  
№2524-ІХ від 16.08.22 р. наголошує:

Статистичні спостереження в нашій країні проводяться виробниками офіційної статистики, державними органами, органами місцевого самоврядування та іншими юридичними особами.

Державні статистичні спостереження проводяться органами державної статистики та іншими виробниками офіційної статистики відповідно до затвердженого Кабінетом Міністрів України плану державних статистичних спостережень.

*Офіційна державна статистична інформація - задокументована кількісна та якісна, агрегована та репрезентативна інформація, отримана за результатами державних статистичних спостережень або сформована на основі адміністративних даних, що характеризує масові явища і процеси, які відбуваються в економічній, соціальній, демографічній, екологічній, культурній та інших сферах життя суспільства в Україні та її регіонах.*

**Дані спостереження мають  
відповідати певним вимогам:**

- 1) **вірогідність даних**, тобто їх відповідність реальному стану.
- 2) **повнота даних** як за їх обсягом, так і по суті, що забезпечується:
  - охопленням одиниць досліджуваної сукупності,
  - системним добором кількох взаємозалежних ознак явища,
  - при вивченні явища у часі повнота передбачає одержання даних за максимально тривалі періоди.
- 3) **своєчасність даних**. Інформація має дійти до користувача, перш ніж застаріє, інакше вона втрачає корисність.
- 4) **порівнянність даних у часі або у просторі**:
  - за складом сукупності;
  - за одиницями вимірювання;
  - за методикою збирання даних та обчислення статистичних показників;
  - за територіальною належністю одиниць.
- 5) **доступність даних**, що забезпечується шляхом:
  - систематичної публікації її в друкованих виданнях;
  - поширення її засобами масової інформації;
  - безпосереднього її надання користувачам.

## Статистичне спостереження здійснюється в три етапи:

### 1) Підготовка спостереження.

Ставляться й вирішуються основні методологічні та організаційні питання: хто, де, коли проводить спостереження і що для цього необхідно, тобто складається докладний план статистичного спостереження.

### 2) Реєстрація статистичних даних.

Здійснюється безпосередній процес збирання даних, який потребує чіткої взаємодії, координованості всіх виконавчих служб. Від якості збирання залежать точність, повнота, вірогідність та своєчасність статистичної інформації.

### 3) Формування бази даних.

Цей етап передбачає контроль та нагромадження даних спостереження, а також їх збереження. На цьому етапі відпрацьовується система оперативного доступу та пошуку необхідних даних.



## 2. Форми статистичного спостереження



## Форми статистичного спостереження

### Звітність

*Звітність – це форма спостереження, при якій кожний суб'єкт діяльності регулярно подає дані в державні органи статистики та відомства у вигляді документів (звітів) спеціально затвердженої форми.*

### Спеціально організоване статистичне спостереження

**Спеціально організовані статистичні спостереження** охоплюють ті сторони суспільного життя, які не відобразились у звітності.

### Реєстри

*Статистичний реєстр – це список або перелік одиниць певного об'єкта спостереження із зазначенням необхідних ознак, який складається та оновлюється під час постійного відстежування.*

## Види звітності



## **Звітність характеризується такими властивостями:**

**Обов'язковість** – подання звітів обов'язкове для всіх зареєстрованих суб'єктів діяльності з додержанням уніфікованої форми, затвердженого переліку показників, із зазначенням реквізитів підзвітного об'єкту.

**Систематичність** передбачає регулярне, своєчасне складання та подання звітності в затверджені терміни.

**Вірогідність** – дані, наведені у звітності, мають відповідати дійсності й виключати будь-які викривлення (приховування та приписки). За вірогідність поданих даних суб'єкти діяльності несуть юридичну відповідальність.

## Спеціально організоване статистичне спостереження

**переписи**

проводяться періодично або одноразово і дають повну характеристику масового явища станом на якусь дату або певний момент часу

**одноразові обліки**

суцільні спостереження масових даних, які ґрунтуються на даних огляду, опитування та документальних записів

**спеціальні обстеження**

переважно несуцільне обстеження масових явищ згідно з певною тематикою, що виходить за межі звітності

**опитування**

як правило, несуцільне спостереження з метою вивчення думок, мотивів, оцінок, що реєструються зі слів респондентів

У теперішніх планах держстатистики передбачається складання єдиних державних реєстрів: населення, суб'єктів діяльності, домашніх господарств, земельного фонду, технологій.

**Єдиний державний реєстр підприємств і організацій України (ЄДРПОУ)** - автоматизована система збирання, накопичення та опрацювання даних про всіх юридичних осіб, їх філії, відділення, представництва та інші відособлені структурні підрозділи, а також про фізичних осіб-підприємців.

Реєстр населення дозволяє нагромаджувати, зберігати та оновлювати паспортні та податкові відомості про кожного мешканця України.



### 3. Види та способи статистичного спостереження



## Види статистичного спостереження

За часом реєстрації даних

поточне

одноразове

періодичне

За повнотою охоплення  
одиниць сукупності

суцільне

несуцільне

- спостереження основного масиву
- вибіркове
- монографічне
- анкетне
- моніторинг





## За способом одержання статистичних даних

документальний  
облік

ґрунтується на  
даних  
різноманітних  
документів  
первинного обліку

опитування

таке спостереження,  
при якому відповіді на  
питання формуляра  
записують зі слів  
респондента

безпосередній  
облік

передбачає  
безпосередній  
огляд, перелік,  
вимірювання,  
зважування та ін.



- експедиційне опитування
- само реєстрація
- кореспондентське опитування
- анкетне опитування

## 4. Помилки статистичного спостереження та способи їх виправлення



**Помилки спостереження** - розбіжності між даними спостереження і дійсним значенням показників, що вивчаються

**Помилки реєстрації** – це помилки, які виникли внаслідок неправильного встановлення фактів, або неправильного їх запису, або того і іншого разом. Вони допускаються як при суцільному так і несуцільному спостереженні.

випадкові

систематичні

навмисні

ненавмисні

**Помилки репрезентативності** виникають внаслідок того, що відібрана для обстеження частина сукупності не досить точно відображає всю досліджувану сукупність. мають місце тільки при вибірковому спостереженні

## Тема 3

# СТАТИСТИЧНЕ ЗВЕДЕННЯ Й ГРУПУВАННЯ

### Питання:

1. Суть, завдання та види статистичного зведення. Групування як основа наукової обробки даних.
2. Завдання групувань та зведення в статистиці. Види групувань.
3. Основні питання методології побудови статистичних групувань. Визначення кількості груп та розмірів інтервалів групувань.

# 1. Суть, завдання та види статистичного зведення. Групування як основа наукової обробки даних



**Статистичне зведення** — це процес упорядкування, систематизації і наукової обробки первинного статистичного матеріалу для виявлення типових рис і закономірностей явищ і процесів, що вивчаються.

**Основне завдання зведення** — підвести підсумок, узагальнити результати спостереження так, щоб стало можливим виявити характерні риси й істотні властивості тих чи інших типів явищ, виявити закономірності досліджуваних процесів.



## **Складові елементи статистичного зведення:**

Розробка програми систематизації та групування даних, вибір групувальних ознак і встановлення меж групування;

Статистичне групування;

Обґрунтування і розробка системи показників для характеристики груп і сукупності в цілому;

Визначення технологічних схем обробки інформації, типів ЕОМ, програмного забезпечення;

Безпосереднє зведення, узагальнення, розрахунок системи показників;

Викладення результатів зведення у вигляді рядів розподілу, статистичних таблиць і графіків.

## ВИДИ СТАТИСТИЧНОГО ЗВЕДЕННЯ

За підбиттям підсумків

**Просте** – підбиття підсумків первинного статистичного матеріалу

**Складне** – групування, вибір групувальних ознак, оформлення результатів у вигляді таблиць чи графіків

За організацією робіт

**Централізоване** - матеріали статистичного спостереження надсилають у центральний орган державної статистики, де їх обробляють за певною програмою

**Децентралізоване** - обробка і підрахунок результатів спостереження на місцях



## Приклад простого децентралізованого зведення

### Реалізація продукції підприємствами місцевої промисловості за поточний рік

Найменування підприємств	Обсяг реалізованої продукції, тис грн	
	за планом	фактично
Цегельний завод	6000	6200
Ліспромгосп	4200	4320
Скляний завод	5540	5500
Цементний завод	7100	7120
Завод «Буддеталь»	3560	3480
Комбінат «Промтара»	10400	10510
Фанерна фабрика	9300	9230
Меблева фабрика	16180	16270
Хлібозавод	84	8600
Мелькомбінат	11300	11750
Всього	71980	72980

## Приклад складного децентралізованого зведення

Групування підприємств місцевої промисловості по виконанню плану реалізації продукції за 2022 р.

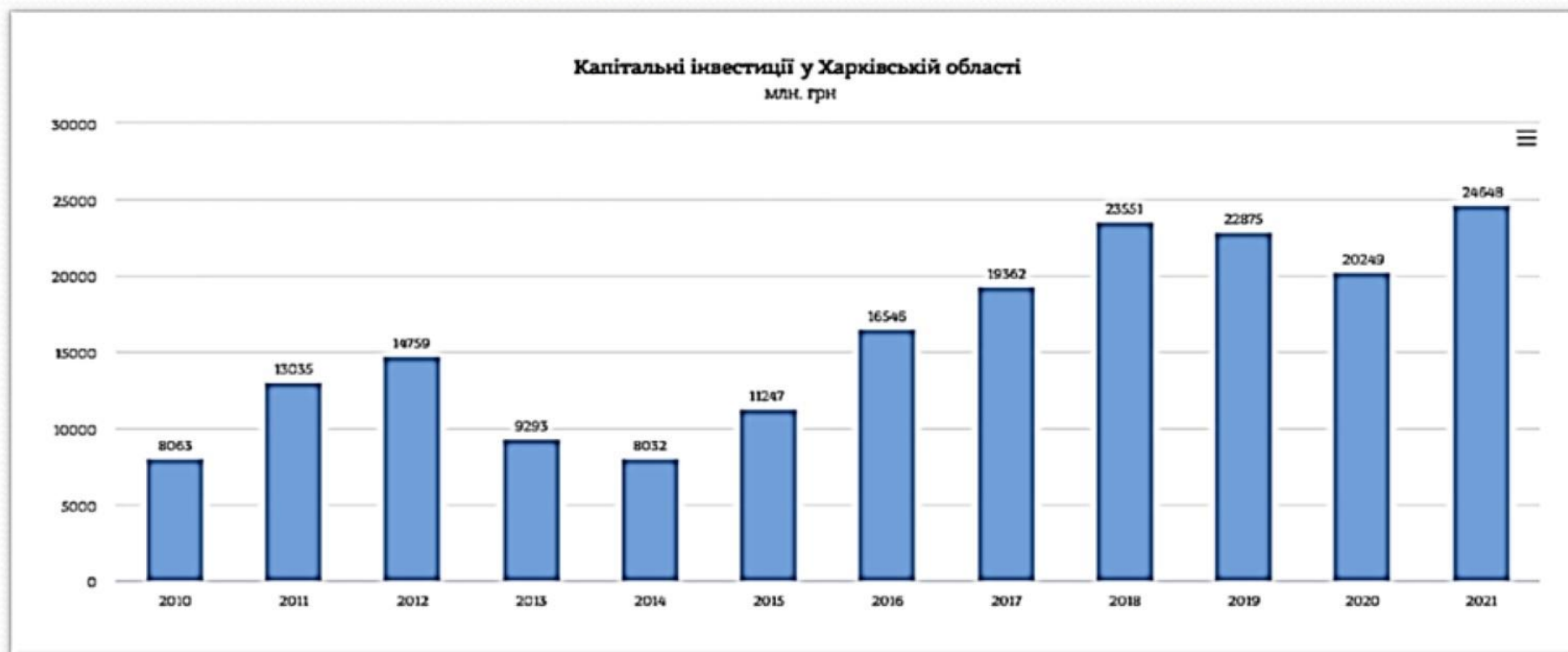
Групи підприємств	Кількість підприємств	Об'єм реалізованої продукції, тис грн		Відхилення (+), (-)
		план	фактично	
Виконали та перевиконали план	7	53580	54770	+1190
Не виконали план	3	18400	18210	-190
Всього	10	71980	72980	+1000

## Приклад централізованого зведення

### Основні демографічні показники (осіб)

	Січень– червень 2021	Січень– червень 2020
Чисельність наявного населення (за оцінкою) на 1 липня	41383182	41762138
Середня чисельність наявного населення у січні–червні	41485768	41832277
Чисельність постійного населення (за оцінкою) на 1 липня	41213545	41592501
Середня чисельність постійного населення у січні–червні	41316131	41662640
Загальний приріст, скорочення (–) населення	–205172	–140278
Природний приріст, скорочення (–) населення	–216446	–147876
Кількість живонароджених	132595	139134
Кількість померлих	349041	287010
Міграційний приріст, скорочення (–) населення	11274	7598
Кількість прибулих	197773	167235
Кількість вибулих	186499	159637

## Приклад децентралізованого зведення



Джерело даних: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

## 2. Завдання групувань та їх значення в статистиці. Види групувань



**Групування** - це розподіл на групи за будь-якою істотною ознакою усієї сукупності інформації про суспільні явища, зібраної в процесі спостереження.

**Завдання  
групування:**

- виявлення соціально-економічних типів явищ;
- вивчення структури та структурних зрушень;
- дослідження взаємозв'язку і залежності між ознаками.

## Види групування:



1. За вирішуваними завданнями:

- типологічні;
- структурні;
- аналітичні.



2. За кількістю ознак, покладених в основу групування:

- прості;
- складні.



**Типологічні групування** - які дають можливість виділити із загального масиву інформації типові явища і процеси.

### Чисельність населення

Чисельність населення (на 01.01)	2020	2021	2022
<b>Наявне населення, млн</b>	<b>41,9</b>	<b>41,6</b>	<b>41,2</b>
міське	29,1	29,0	28,7
сільське	12,8	12,6	12,5
<b>Постійне населення, млн</b>	<b>41,7</b>	<b>41,4</b>	<b>41,0</b>
чоловіки	19,3	19,2	19,0
жінки	22,4	22,2	22,0

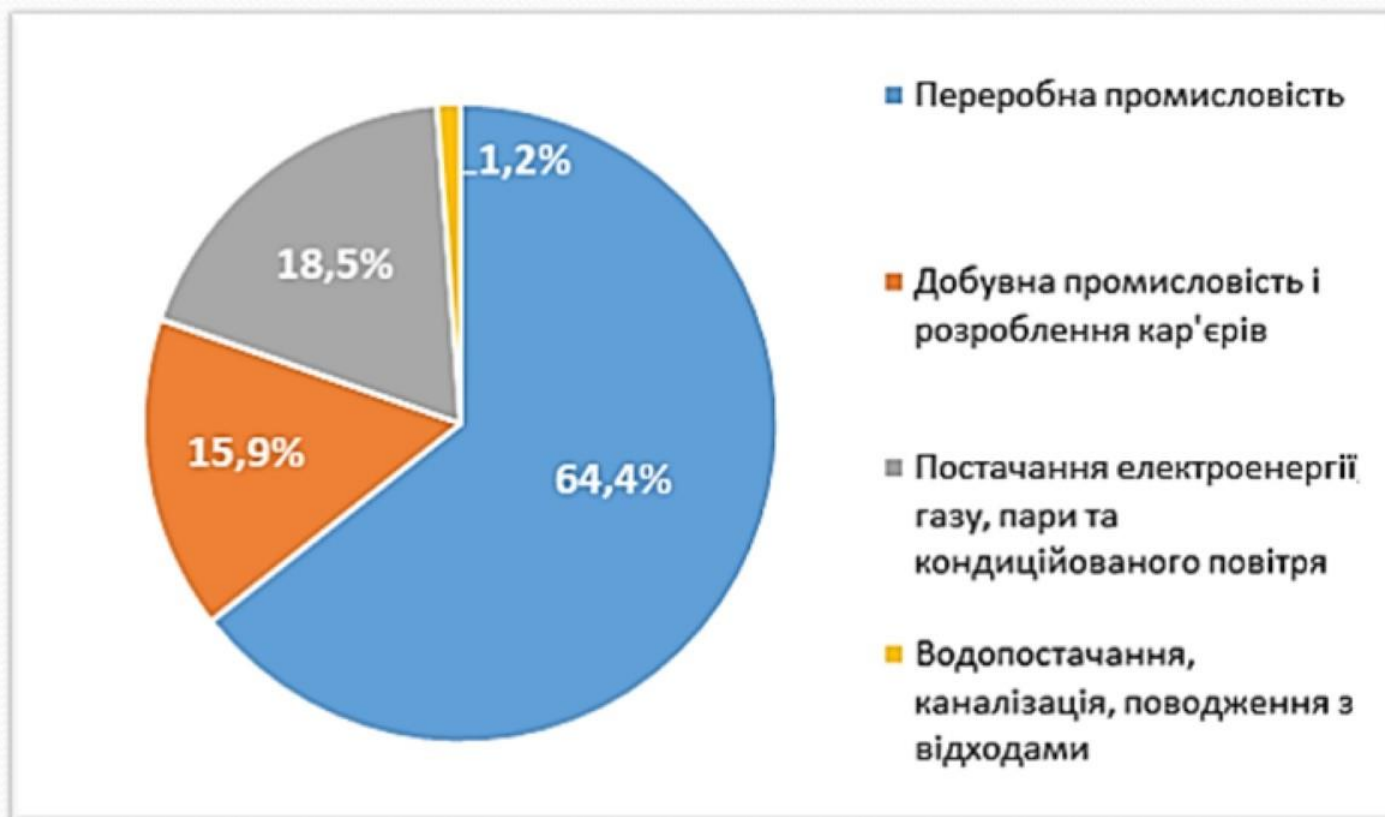


**Структурні групування** характеризують розподіл якісно однорідної сукупності на групи за певною ознакою.

### Розподіл спільних підприємств регіону за чисельністю працюючих

Чисельність працівників, чол.	Кількість підприємств	
	одиниць	% до підсумку
до 50	431	51,4
51-200	291	34,7
201-600	90	10,7
601-1000	15	1,8
понад 1000	12	1,4
Разом	839	100

## Структура реалізованої продукції промисловості у 2019 році



Джерело даних: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

**Аналітичні групування** - застосовуються для вивчення взаємозв'язків між явищами, впливу однієї ознаки на іншу.

## Залежність урожайності озимої пшениці від терміну збирання

Термін збирання	Збиральна посівна площа, га	Урожайність, ц/га
Своєчасно	330	42
З незначним запізненням	550	36
Зі значними запізненнями	120	22
У цілому по сукупності	1000	35

**Просте групування** — це групування за будь-якою однією ознакою.

**Складне групування** може бути комбінаційним, якщо в його основі послідовно скомбіновано дві і більше ознак, або багатовимірним, якщо воно проводиться за певною множиною ознак одночасно.

### Приклад простого групування

#### Кількість діючих підприємств

(тис.)

	2019	2020	2021
<b>Усього</b>	<b>380,6</b>	<b>373,8</b>	...
Великі	0,5	0,5	...
Середні	17,8	17,6	...
Малі	362,3	355,7	...
з них мікропідприємства	313,4	307,9	...

Джерело даних: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

## Приклад складного групування

Обсяги продажу товарів фірми у поточному році

Квартал	Місяць	Місто			Загальний підсумок
		Київ	Харків	Суми	
I	Січень	10541280	11256302	1241754	23039336
	Лютий	9055244	9956042	3346298	22357584
	Березень	5715259	4989891	1388889	12094039
I підсумок		25311783	26202235	5976941	57490959
II	Квітень	12198268	11908122	4079147	28185537
	Травень	4090248	5750700	2389578	12230526
	Червень	3195933	6030996	1765410	10992339
II підсумок		19484449	23689818	8234135	51408402
III	Липень	1194503	2084187	523596	3802286
	Серпень	2599753	2722411	820429	6142593
	Вересень	2182648	4640505	2068811	8891964
III підсумок		5976904	9447103	3412836	18836843
IV	Жовтень	7737338	8205497	2935463	18878298
	Листопад	7896885	7171675	2669080	17737640
	Грудень	4848437,5	6041389,5	1573865,5	12463692,5
IV підсумок		20482660,5	21418561,5	7178408,5	49079630,5
Загальний підсумок		71255796,5	80757717,5	24802320,5	176815834,5

### 3. Основні питання методології побудови статистичних групувань. Визначення кількості груп та розмірів інтервалів групувань



## Види групувальних ознак за формою вираження:

**Атрибутивні ознаки** не мають кількісного вираження і реєструються у вигляді текстового запису. Число груп, на які поділяється досліджувана сукупність, визначається кількістю різновидів цієї ознаки.

**Кількісні (варіюючі) ознаки** набувають різних цифрових характеристик і виражаються числовими значеннями. Вони поділяються на:

**Дискретні (перервні) кількісні** ознаки виражаються в кожній групі тільки цілими числами.

**Інтервальні або безперервні** ознаки можуть набувати різного значення в певних межах.

**Інтервал групування (величина інтервалу групування)** - різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в кожній групі.

### Рівні інтервали

в яких різниця між верхньою і нижньою межею однакова

застосовують тоді, коли зміни кількісної ознаки всередині сукупності відбуваються рівномірно.

### Нерівні інтервали

в яких різниця між верхньою і нижньою межею неоднакова

застосовують тоді, коли варіація групувальної ознаки відбувається нерівномірно і в дуже широких межах.



**Величина інтервалу (h) для рівних інтервалів розраховується як:**

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

де  $x_{\max}$  – максимальне значення,

$x_{\min}$  – мінімальне значення,

$n$  – кількість груп сукупності.



### **Приклад**

Кількість робітників на підприємствах галузі варіює в межах від 800 до 1600. Щоб згрупувати підприємства за цією ознакою, їх об'єднують у чотири групи і визначають величину рівного інтервалу:

$$h = (1600 - 800) / 4 = 200 \text{ робітників.}$$

Шляхом додатку розміру інтервалу до мінімального рівня ознаки в групі одержимо групи :

$$800-1000, 1000-1200, 1200-1400, 1400-1600.$$

Кількість груп ( $n$ ) для сукупності чисельністю  $N$  одиниць можна визначити за формулою Стерджеса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N$$

Наприклад, при 200 одиницях сукупності число груп визначається таким чином:

$$n = 1 + 3,322 \lg 200 = 9.$$



Керуючись цією формулою, В.К. Горковий подає номограму, яка показує залежність кількості груп від чисельності сукупності:

$N$	15-24	25-44	45-89	90-179	180-359	360-719	720-1439
$n$	5	6	7	8	9	10	11

## Інтервали можуть бути:

**Закритими** –  
мають верхню і  
нижню межі.

**Відкритими** –  
не мають або  
верхньої, або нижньої  
межі.

Досить часто нижні та верхні межі сукупності наперед невідомі, тому при групуванні перший і останній інтервали залишаються відкритими, наприклад, групування робітників за стажем роботи: до 3 років, від 3 до 5, від 5 до 10, від 10 до 20, більше 20 років.



**Розподіл населення<sup>1</sup> за рівнем середньодушових еквівалентних загальних доходів**

	2019	2020	2021
Розподіл населення (%) за рівнем середньодушових еквівалентних загальних доходів у місяць, грн			
до 3000,0	10,7	8,3	4,5
3000,1–4000,0	19,2	17,8	11,2
4000,1–5000,0	20,6	21,6	15,8
5000,1–6000,0	16,6	17,6	17,7
6000,1–7000,0	10,4	11,5	14,2
7000,1–8000,0	7,9	7,9	10,1
8000,1–9000,0	4,6	5,1	7,9
9000,1–10000,0	3,2	2,8	6,4
10000,1–11000,0	2,3	2,2	3,7
11000,1–12000,0	1,5	1,8	2,4
понад 12000,0	3,0	3,4	6,1
Співвідношення загальних доходів найбільш та найменш забезпечених 20% населення (квінтільний коефіцієнт фондів), разів	3,5	3,5	3,5
Частка загальних доходів 40% найменш забезпечених в усіх загальних доходах населення, відсотків	24,4	24,7	24,7

<sup>1</sup> Наведена інформація щодо населення, яке проживає у неінституційних (приватних) домогосподарствах.

## Тема 4

# УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

### Питання:

1. Суть і види статистичних показників. Абсолютні величини, їх види та способи одержання.
2. Сутність, види відносних величин, методика їх розрахунку.
3. Поняття про середні величини та їх значення.
4. Види середніх величин та порядок їх обчислення.

# 1. Суть і види статистичних показників. Абсолютні величини, їх види та способи одержання



**Статистичний показник** – це кількісна характеристика соціально-економічних явищ чи процесів в конкретних умовах місці і часу.

- Якісний зміст показника визначається суттю явища і відбивається в його назві

- Кількісна сторона показника подається числом та його вимірником

↓

Прибуток  
підприємства  
за 2020 рік

=

↓

10 млн. грн.

## Класифікація статистичних показників:

1) за способом обчислення:

- **первинні** - визначаються зведенням даних статистичного спостереження й подаються у формі абсолютних величин;
- **похідні** - обчислюються на базі первинних або похідних показників. Вони мають форму середніх або відносних величин;

2) за ознакою часу:

- **інтервальні** - характеризують явище за певний час (день, декаду, місяць, рік);
- **моментні** - дають кількісну характеристику явищ на певний момент часу.





**Абсолютні статистичні величини** характеризують розміри соціально-економічних явищ – обсяг значень певних ознак або обсяги сукупності (відповідають на запитання “скільки”).

### Одиниці вимірювання:

**Натуральні (фізичні) одиниці вимірювання** - такі, які відтворюють фізичні властивості одиниць сукупності (вагу, площу, довжину, потужність тощо);

**Трудові одиниці вимірювання** використовуються для характеристики робочого часу або витрат праці (людино-день та людино-година);

**Вартісні (грошові) одиниці вимірювання** характеризують розмір явища у грошовому виразі.

## 2. Сутність, види відносних величин, методика їх розрахунку



**Відносні величини** характеризують кількісні співвідношення однойменних чи різнойменних показників.

Будь-яка відносна величина являє собою дріб, чисельник якого є порівняна величина, а знаменник – база порівняння.

При обчисленні відносних величин треба враховувати, що вони повинні бути співставними:

- в територіальному відношенні,
- в часовому відношенні,
- за одиницями спостереження ,
- За методологією обліку і аналізу.

## Види відносних величин, які розраховуються шляхом співвідношення однойменних показників:

відносні величини планового завдання (прогнозування);

відносні величини порівняння зі стандартом (планом), тобто виконання плану;


відносні величини динаміки;

відносні величини структури;


відносні величини координації;

відносні величини порівняння.


## Для вираження співвідношення однойменних величин використовують:



**Коефіцієнт** – це відношення чисел, при яких базисне число приймають за одиницю. (Якщо базовий розмір = 1).



**Процент** – це відношення чисел, при яких базисне число приймають за 100. (Якщо базовий розмір = 100).



**Проміле** – це відношення чисел, при яких базисне число приймають за 1000. (Якщо базовий розмір = 1000).

## Відносні величини, які розраховуються шляхом співвідношення різнойменних показників:



відносна величина інтенсивності;



відносна величина ефективності.

При порівнянні різнойменних абсолютних величин одержують відносні величини, виражені іменованими числами (км/рік, чол./кв<sup>2</sup>, кг/чол. і т.д.)

## Основні умови позначення показників:

$y_0$  – факт попереднього періоду (рівень базового періоду);

$y_1$  – факт звітного періоду (рівень поточного періоду);

$y_{\text{план}}$  – запланований період (прогнозований рівень, передбачений планом).

**Відносні величини планового завдання (прогнозування)** - порівняння рівнів, запланованих на передбачений період, з фактичними рівнями, досягнутими у попередньому періоді.

Форма вираження – коефіцієнт, відсоток.

$$\frac{Y_{\text{план}}}{Y_0}; \frac{Y_{\text{план}}}{Y_0} * 100$$



## Приклад

У III кварталі поточного року прибуток підприємства склав 12 млн. грн.,

у IV кварталі передбачається планом одержати прибуток у сумі 13 млн. грн.

Необхідно визначити відносну величину планового завдання.

### Рішення

$$\frac{Y_{\text{план}}}{Y_0} * 100 = 13/12 * 100 = 108,3 \%$$

Відповідь: у IV кварталі планується збільшення прибутку на 8,3 % (108,3 % - 100 %).

**Відносні величини порівняння зі стандартом (планом) тобто виконання планового завдання**

одержують шляхом порівняння фактично досягнутого рівня у звітному періоді з рівнем, передбаченим планом, договорами, або державним замовленням.

Форма вираження – коефіцієнт, відсоток.

$$\frac{Y_1}{Y_{\text{план}}}; \quad \frac{Y_1}{Y_{\text{план}}} * 100$$

## Приклад

Підприємство у IV кварталі одержало прибуток у сумі 13,6 млн. грн., при плані 13 млн грн.

Необхідно визначити рівень виконання плану прибутку.

### Рішення

$$\frac{Y_1}{Y_{\text{план}}} * 100 = 13,6/13 * 100 = 104,6 \%$$

Відповідь: план прибутку підприємство виконало на 104,6 %, підприємство перевиконало план прибутку на 4,6 % (104,6 % - 100 %).

**Відносні величини динаміки** характеризують зміну розмірів явища у часі. Вони визначаються як співвідношення фактично досягнутого рівня у звітному періоді з рівнем одного із попередніх періодів, прийнятих за базу порівняння.

Вони можуть бути виражені у коефіцієнтах чи відсотках.

$$\frac{Y_1}{Y_0}; \quad \frac{Y_1}{Y_0} * 100$$

## Приклад

Підприємство у IV кварталі одержало прибуток у сумі 13,6 млн. грн., у III кварталі – 12 млн. грн.

Необхідно визначити показник динаміки.

### Рішення

$$\frac{Y_1}{Y_0} * 100 = 13,6 / 12 * 100 = 113,3 \%$$

Відповідь: сума прибутку у IV кварталі у порівнянні з III кварталом збільшилося на 13,3 % (113,3 % - 100 %).

**Відносні величини структури** це співвідношення розмірів частини ( $f$ ) і цілого ( $\Sigma f$ ). Вони характеризують склад досліджуваної сукупності.

Сума відносних величин структури дорівнює одиниці або 100 %.

Форма вираження – коефіцієнт чи відсоток.

$$\frac{f}{\Sigma f}; \frac{f}{\Sigma f} * 100$$

## Приклад

Необхідно визначити структуру витрат на підприємстві.

Види витрат	Сума, тис. грн.	Розрахунок	Структура витрат, %
Матеріальні витрати	2516	$2516/5736 * 100$	43,9
Заробітна плата з нарахуваннями	1900	$1900/5736 * 100$	33,1
Амортизація	719	$719/5736 * 100$	12,5
Інші витрати	601	$601/5736 * 100$	10,5
Разом	5736	-	100

Висновок: матеріальні витрати займають найбільшу питому вагу у загальній сумі витрат – 43,9 %.

**Відносні величини координації** застосовуються для характеристики співвідношення між окремими частинами статистичної сукупності ( $f_1, f_2$ ) і показують у скільки разів порівнювальна частина більша або менша частини, що прийнята за базу порівняння або скільки одиниць сукупності припадає на 1, 10, 100, 1000... одиниць іншої частини.

Форма відображення коефіцієнт або іменовані числа.

$$\frac{f_1}{f_2}$$

де  $f_1$  - частина сукупності, яка порівнюється;

$f_2$  - частина сукупності з якою порівнюють.



## Приклад

На підприємстві частини капіталу в поточному періоді склали: власний капітал – 16200 тис грн., позиковий капітал – 2200 тис грн. Визначте коефіцієнт фінансового ризику (відношення позикового капіталу до власного).

### Рішення

Власний капітал –  $f_1$

Позиковий капітал –  $f_2$ .

За базу порівняння прийняти власний капітал, відповідно:

$$\frac{f_2}{f_1} = 2200 \backslash 16200 = 0,136$$

Відповідь: на підприємстві на 1 грн. власних коштів приходиться 13,6 коп. позикових.

**Відносні величини порівняння** характеризуються співвідношенням однойменних показників, що належать до різних об'єктів, територій, але мають однакову часову визначеність.

Форма вираження – коефіцієнти й відсотки.

Інтерпретація цих величин залежить від бази порівняння:

$$\frac{A_1}{A_2}; \frac{A_2}{A_1}$$

## Приклад

У поточному періоді виробництво електроенергії склало:  
перший регіон – 1500 тис. кВт. год.

другий регіон – 2820 тис. кВт. год.

Визначте у скільки разів виробництво електроенергії у другому регіоні перевищує її виробництво у першому регіоні у поточному році.

### Рішення

Виробництво електроенергії у першому регіоні –  $A_1$ .

Виробництво електроенергії у другому регіоні –  $A_2$ .

$$\frac{A_2}{A_1} = 2820/1500 = 1,9$$

Відповідь: виробництво електроенергії у поточному періоді у другому регіоні перевищує її виробництво у першому регіоні у 1,9 рази.

**Відносні величини інтенсивності** характеризують ступінь насиченості дослідженим явищем певного середовища. Вони обчислюються як відношення величини досліджуваного явища до обсягу середовища, в якому воно розвивається.

Форма вираження – іменовані числа.

Відносні величини інтенсивності визначаються співвідношенням різнойменних показників.



## Приклад

Бригада орендарів обслуговує 200 корів. За рік вироблено 8050 т молока. Витрати кормів склали 26450 ц (у умовних кормових одиницях). Визначте витрати кормів у умовних кормових одиницях на одну голову і на одну тону молока.

### Рішення.

Витрати кормів в умовних кормових одиницях на одну голову складає:

$$26450 \div 200 = 132,3 \text{ ц}$$

Витрати кормів в умовних кормових одиницях на одну тону молока складає:

$$26450 \div 8050 = 3,3 \text{ ц}$$

Відповідь: витрати кормів в умовних кормових одиницях на одну голову складають 132,3 ц, витрати кормів в умовних кормових одиницях на одну тону молока складають 3,3 ц.

## **Відносні величини ефективності**

характеризують співвідношення економічного або соціального ефекту з понесеними витратами або залученими ресурсами.

Форма вираження –  
коефіцієнти, відсотки,  
іменовані числа.

Відносні величини  
ефективності визначаються  
співвідношенням  
різномісних показників.



## Приклад

Виробництво продукції у звітному періоді склало 22646 тис. грн., а середньооблікова чисельність робітників – 56 осіб. Визначити середньорічну продуктивність праці одного робітника.

### Рішення.

Середньорічна продуктивність праці одного робітника:

$$22646/56=404,4 \text{ тис. грн.}$$

Відповідь: с середньому за звітний рік кожен робітник виготовив продукції на 404,4 тис. грн.

### 3. Поняття про середні величини та їх значення





## Статистичні величини

Індивідуальні

*виражають розмір ознак окремих одиниць сукупності*

**визначаються особливостями кожної одиниці**

Середні

*узагальнюючі кількісні показники, що характеризують типові розміри варіюючих ознак якісно однорідних сукупностей*

**визначаються загальними для всіх одиниць причинами**

Середні величини характеризують  
центральну тенденцію в розподілі



**Центральна тенденція** – це властивість значень досліджуваної ознаки групуватися навколо центра розподілу частот, статистичною характеристикою якого є середня величина.

Середня величина є узагальнюючою характеристикою центральної тенденції тільки тоді, коли вона обчислена для однорідної сукупності, окремі варіанти якої концентруються поблизу деякого значення.

Якщо сукупність неоднорідна, то варіанти значно відрізняються один від одного і не виявляють загальної тенденції. Обчислена середня при цьому буде формальною величиною

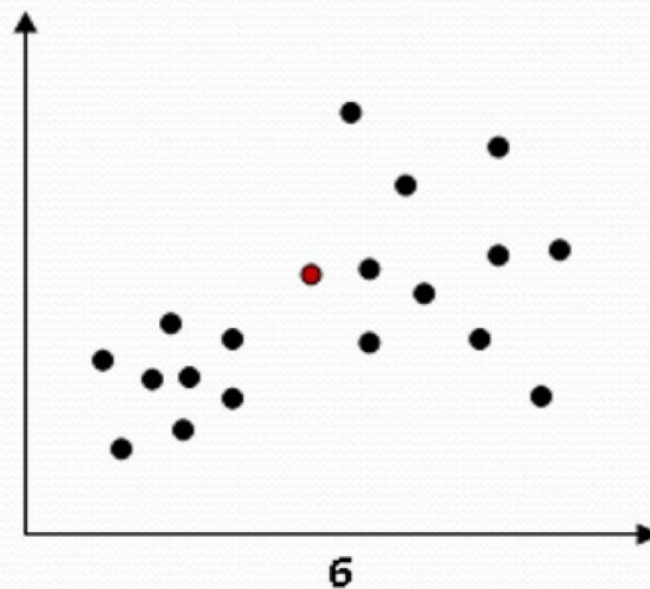
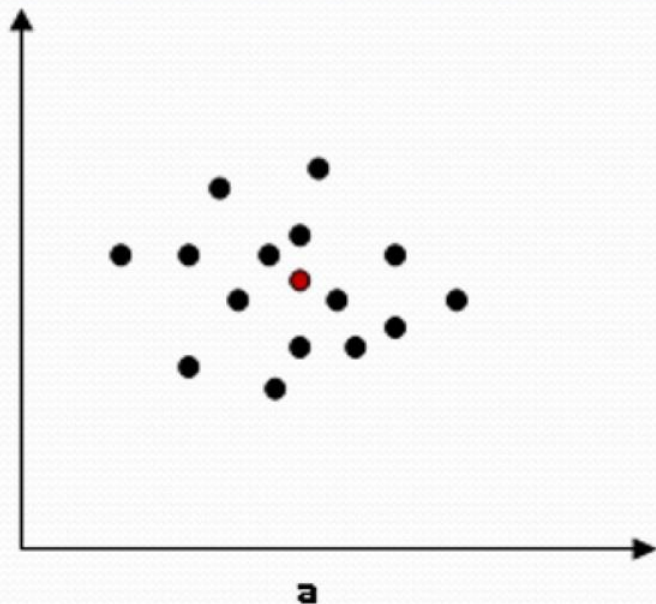


Рис. 1 Середня величина для однорідної (а) та неоднорідної (б) сукупності

## 4. Види середніх величин та порядок їх обчислення



## **Види середніх величин за способом розрахунку:**

середня арифметична;

середня гармонічна;

середня геометрична;

середня хронологічна

середня квадратична;

мода і медіана.



Для розрахунку середніх величин застосовують наступні умовні позначення:

$x$  – окреме значення досліджуваної ознаки

$\bar{x}$  – середнє значення досліджуваної ознаки

$n$  – число одиниць досліджуваної ознаки

$f$  - частота повторень того самого значення ознаки

$W$  - загальна кількість досліджуваного явища ( $W = x \cdot f$ )

***Середня арифметична*** застосовуються тоді, коли загальний обсяг варіюючої ознаки для всієї сукупності становить суму індивідуальних значень усередненої ознаки.

• проста

• зважена



**Середню арифметичну просту** застосовують тоді, коли відомі значення усереднюваної ознаки для кожної одиниці сукупності.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

### Приклад

Місячний виробіток (грн.) окремих робітників у бригаді, яка складається з 14 чоловік, такий:

20300, 21400, 21400, 23200, 23200, 23200, 23200, 23200, 25500, 25500, 25500, 26400, 26400, 27600.

Разом: 336000 грн.

Середній місячний виробіток одного робітника бригади:

$$\frac{336000}{14} = 24000 \text{ грн.}$$



**Середню арифметичну зважену** обчислюють тоді, коли окремі значення усередненої ознаки повторюються в досліджуваній сукупності неоднакове число разів (коли дані згруповні).

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

### Приклад

Дані про місячний виробіток робітників бригади

Виріток, грн. (x)	Число робітників (f)	Загальний виробіток, грн. (fx)
20300	1	20300
21400	2	42800
23200	5	116000
25500	3	76500
26400	2	52800
27600	1	27600
Взагалі	14	336000

Середній місячний  
виріток одного  
робітника бригади:

$$\frac{336000}{14} = 24000 \text{ грн.}$$

**Середню гармонічну** використовують для узагальненої характеристики ознаки тоді, коли відомі окремі значення досліджуваної ознаки і обсяги явищ, а частоти невідомі.

**Середня гармонічна проста:**

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$



**Середня гармонічна зважена:**

$$\bar{x} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \dots + \frac{w_n}{x_n}}; \quad \bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

### Приклад

Маємо дані по вартість картоплі на трьох ринках Харківської обл.

Ринок	Вартість в грн. за 1 кг картоплі (x)	Виручка від продажу, (грн.) (w = f*x)
1	5,0	45000,00
2	3,8	57000,00
3	4,5	27000,00
Разом	-	129000,00

Визначаємо середню ціну за 1 кг. картоплі:

- 1) використовуючи середню гармонічну просту:

$$\frac{3}{\frac{1}{5,0} + \frac{1}{3,8} + \frac{1}{4,5}} = 4,4$$

- 2) використовуючи середню гармонічну зважену:

$$\frac{45000 + 57000 + 27000}{\frac{45000}{5,0} + \frac{57000}{3,8} + \frac{27000}{4,5}} = 4,3$$

**Середня хронологічна** обчислюється для визначення середнього значення моментального ряду динаміки, тобто коли є дані на визначений момент часу (на конкретну дату).

$$\bar{x} = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + \dots + \frac{x_n}{2}}{n - 1}$$

### Приклад

Залишки продукції протягом першого кварталу

на 1.01	на 1.02	на 1.03	на 1.04
48,6	31,4	57,0	42,2

Середньоквартальні залишки продукції на складі:

$$\bar{x} = \frac{\frac{48,6}{2} + 31,4 + 57,0 + \frac{42,2}{2}}{4 - 1} = 44,6 \text{ тон}$$

**Середня геометрична** використовується, якщо визначальна властивість сукупності формується як добуток індивідуальних значень ознаки.

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

### Приклад

Внаслідок інфляції споживчі ціни за три роки зросли у:

1й рік	2й рік	3й рік
1,8	1,2	1,25

Середньорічний темп зростання цін:

$$\bar{x} = \sqrt[3]{1,8 \times 1,2 \times 1,25} = 1,39$$

## Тема 5.

# АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ. АНАЛІЗ ВАРІАЦІЇ ОЗНАКИ

### Питання:

1. Ряди розподілу, їх види та правила побудови.
2. Засоби графічного зображення розподілу одиниць сукупності.
3. Розподільчі середні в дискретних та інтервальних рядах розподілу.
4. Поняття варіації та її основні показники.
5. Види дисперсій. Правило додавання дисперсій.

# 1. Ряди розподілу, їх види та правила побудови



**Ряди розподілу** – ряди, які характеризують розподіл одиниць сукупності за групами за певною ознакою, різновиди якої розташовані у визначеному порядку.

**Елементи ряду розподілу:**

- **варіанта** – значення групувальної ознаки  **$x$** ;
- **частота** – кількість випадків певного значення ознаки  **$f$** .

Місячний виробіток, грн. ( $x$ )	Число робітників ( $f$ )
20300	1
21400	2
23200	5
25500	3
26400	2
27600	1



## Види рядів розподілу за статистичною природою ознак:

**атрибутивні** –  
утворені за  
якісною  
(атрибутивною)  
ознакою;

**варіаційні** – утворені за кількісною  
ознакою, які в свою чергу бувають:

**дискретні** –  
побудовані за  
дискретною  
ознакою (варіанти  
виражені цілими  
числами);

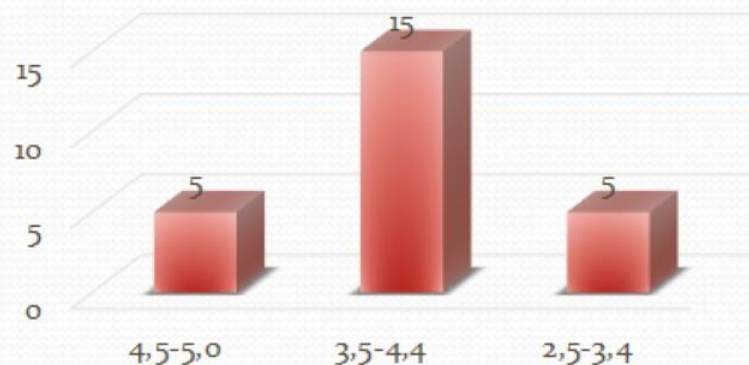
**інтервальні** –  
побудовані за  
неперервною  
ознакою (варіанти  
виражені у вигляді  
інтервалів).



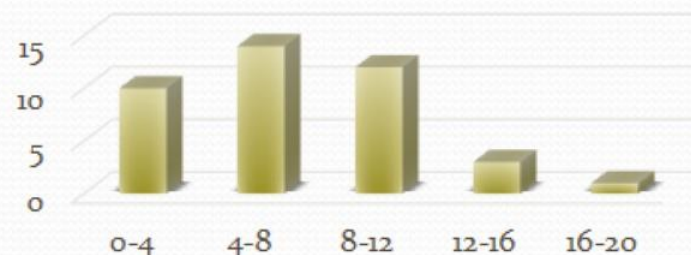
## Види варіаційних рядів за характером розподілу:

- **симетричні** – ряди, в яких частоти спочатку нарастають, а потім так само спадають;
- **асиметричні (скошені)** – ряди, в яких розміщення частот по обидві сторони від середньої неоднакове:
  - **з правосторонньою асиметрією** – коли частоти нарастають швидше, ніж спадають;
  - **з лівосторонньою асиметрією** – коли частоти нарастають повільніше, ніж спадають.

Розподіл підприємств за рівнем кредитоспроможності



Розподіл робітників за стажем роботи, осіб



**Закономірність розподілу** – співвідношення варіант та частот.

**Закономірність розподілу описується такими статистичними характеристиками:**

частотні  
характеристики

характеристики  
центру  
розподілу

характеристики  
варіації

характеристики  
нерівномірності  
розподілу,  
концентрації,  
асиметрії

## Частотні характеристики:

1) **частота** ( $f_j$ ) – абсолютна чисельність  $j$ -ї групи,  $\sum f_j = n$

2) **частка** ( $d_j$ ) – відносна частота,  $\sum d_j = 1$  або 100%

3) **кумулятивна частота** ( $S_{f_j}$ ) або **частка** ( $S_{d_j}$ ) – обсяг сукупності зі значеннями варіант, які не перевищують  $x_j$ ; розраховується послідовним підсумовуванням абсолютних чи відносних частот; використовується для варіаційних рядів

4) **щільність частот (абсолютна щільність)** ( $g_j = f_j : h_j$ ) – показує частоту на одиницю інтервалу; використовується для інтервальних рядів з нерівними інтервалами

5) **щільність часток (відносна щільність)** ( $g_j = d_j : h_j$ ) – показує частку на одиницю інтервалу; використовується для інтервальних рядів з нерівними інтервалами

## Частотні характеристики рядів розподілу

Значення варіант $x_j$	Частоти $f_j$	Частки $d_j$	Кумулятивні	
			частоти $Sf_j$	частки $Sd_j$
$x_1$	$f_1$	$d_1$	$f_1$	$d_1$
$x_2$	$f_2$	$d_2$	$f_1+f_2$	$d_1+d_2$
$x_3$	$f_3$	$d_3$	$f_1+f_2+ f_3$	$d_1+d_2+ d_3$
...	...	...	...	...
$x_m$	$f_m$	$d_m$	$\Sigma f_j$	1
<b>Разом</b>	$\Sigma f_j$	1	×	×

Розподіл фірм регіону за рівнем фондоозброєності праці

Фондоозброєність праці, млн. грн.	Частка $d_j$ , %	Кумулятивна частка $Sd_j$	Щільність частки $g_j$ , %
1—2	13,4	13,4	$13,4/(2-1)=13,4$
2—5	37,2	$13,4+37,2=50,6$	$37,2/(5-2)=12,4$
5—10	23,5	$50,6+23,5=74,1$	$23,5/(10-5)=4,7$
10—20	16,8	$74,1+16,8=90,9$	$16,8/(20-10)=1,7$
20—50	9,1	$90,9+9,1=100,0$	$9,1/(50-20)=0,3$
Разом	100	×	×

## Поглиблений аналіз закономірностей розподілу передбачає:

а) визначення типового рівня ознаки, який є центром тяжіння;

б) вимірювання варіації ознаки, ступеня згрупованості індивідуальних значень ознаки навколо центра розподілу;

в) оцінювання особливостей варіації, ступеня її відхилення від симетрії;

г) оцінювання нерівномірності розподілу значень ознаки між окремими елементами сукупності, тобто ступінь їх концентрації.

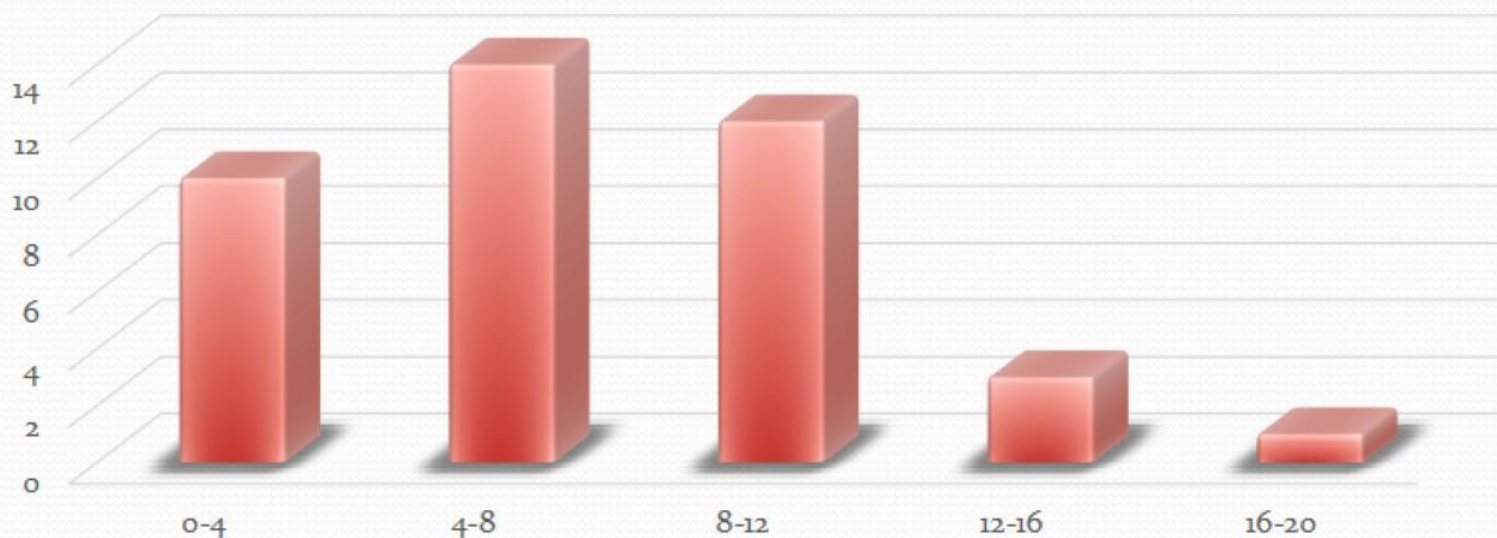
## 2. Засоби графічного зображення розподілу одиниць сукупності





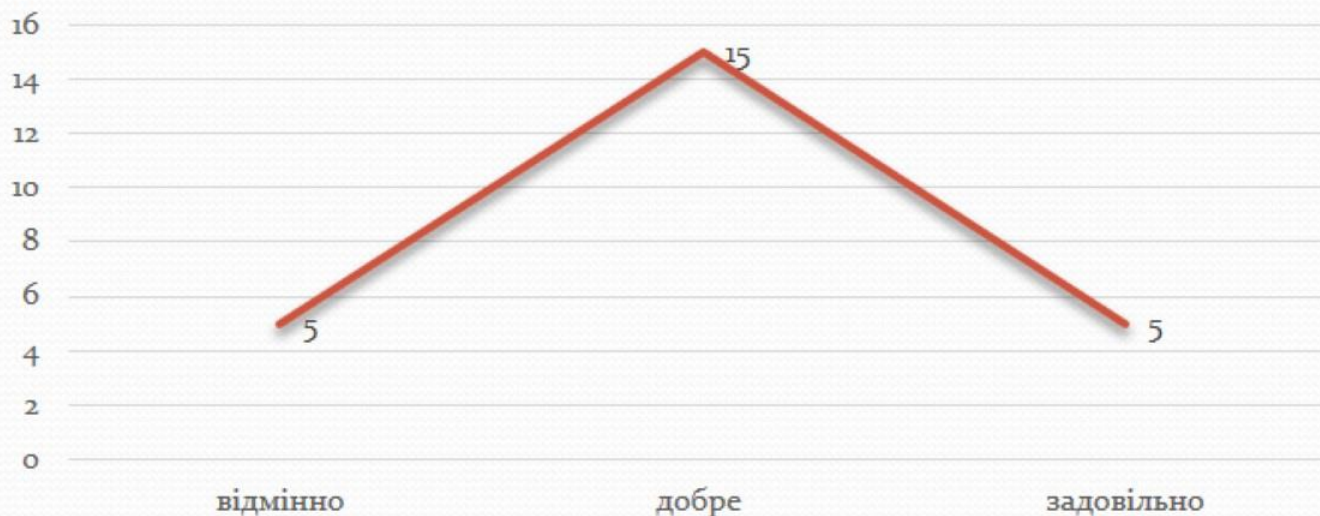
**Гістограма** – це графічне зображення інтервального варіаційного ряду у вигляді прямокутників відповідної висоти, основи яких знаходяться як певні відрізки на осі абсцис і які відповідають інтервалам зміни ознаки.

**Розподіл робітників за стажем роботи, осіб**



**Полігон** – це графічне зображення варіаційного ряду в прямокутній системі координат, при котрому величина ознаки відкладається на осі абсцис, частоти або частки (щільність розподілу) - на осі ординат.

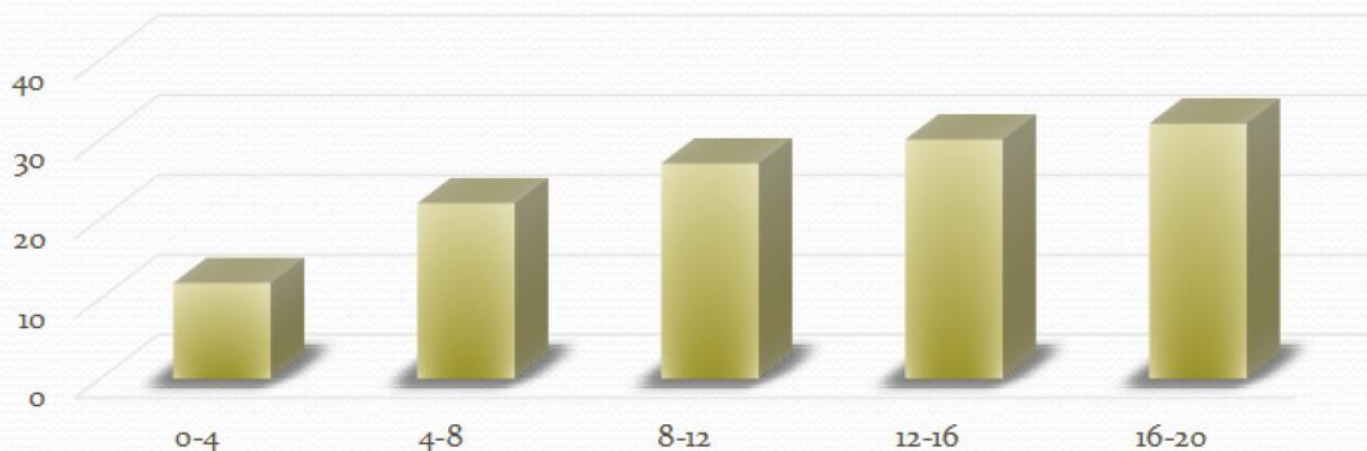
### Розподіл студентів за рівнем успішності



**Кумулята** – графічне зображення ряду розподілу з нагромадженими частотами (частками).

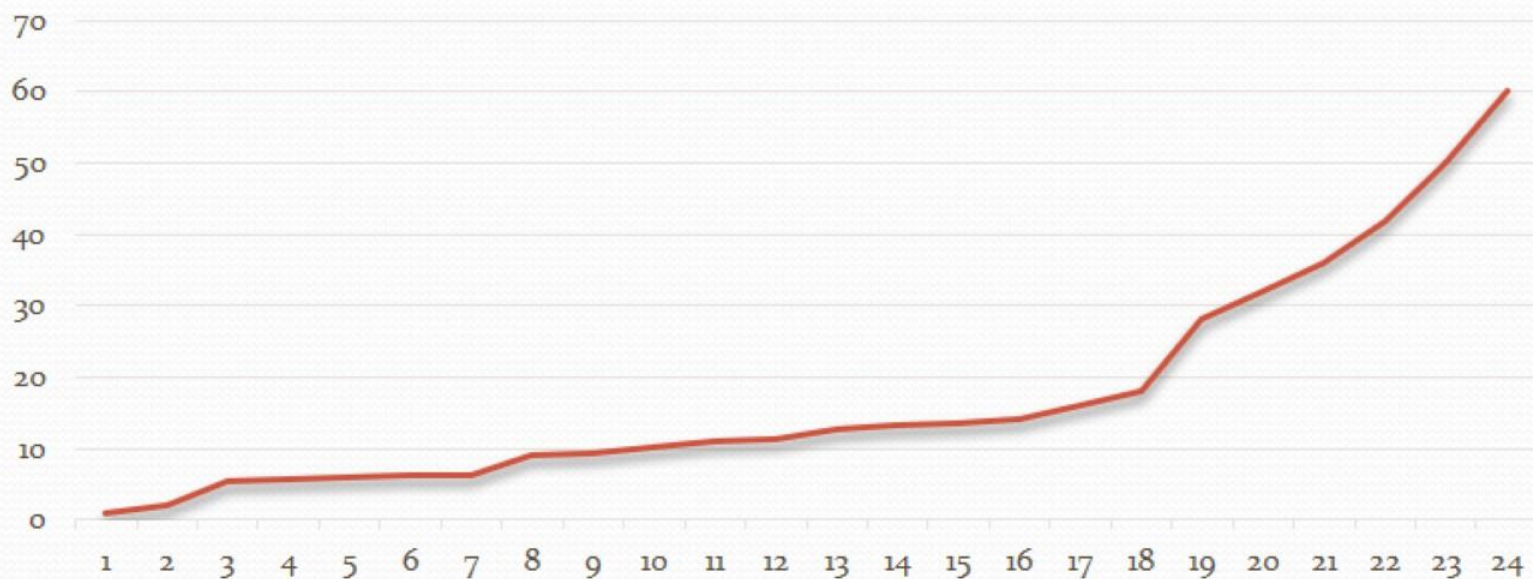
Для її побудови на осі абсцис відкладають варіанти, а на осі ординат – нагромаджені частоти (частки), які показують, скільки одиниць сукупності мають значення ознаки, що не перебільшує цього значення.

### Розподіл робітників за стажем роботи, осіб



**Огіва** – графічне зображення ранжируваного ряду розподілу.

**Огіва підприємств за середньорічною  
вартістю основних засобів, млн. грн.**



### 3. Розподільчі середні в дискретних та інтервальних рядах розподілу



**Центром тяжіння** будь-якої однорідної статистичної сукупності є типовий розмір ознаки, який являє собою узагальнюючу характеристику індивідуальних значень цієї ознаки у окремих одиниць сукупності.

Характеристики центру розподілу

```
graph TD; A[Характеристики центру розподілу] --> B[Середня величина]; A --> C[Мода]; A --> D[Медіана]; B --> E[Середня арифметична зважена];
```

Середня  
величина

Мода

Медіана

Середня  
арифметична  
зважена

## Приклад

Групи	Заробітна плата за січень, гр. од.	Середина інтервалу, гр.од. (x)	Кількість робітників, осіб (f)	Заробітна плата за січень за групою, гр.од. (xf)
1	6000-7760	6880	8	55040
2	7761-9520	7760	8	62080
3	9520-11280	8460	8	67680
4	11280-13040	10400	7	72800
5	13040-14800	12160	9	109440
Разом	-	-	40	367040

Середній рівень заробітної плати:  $367040/40=9176$  грн.

**Мода** - значення ознаки (варіанти) котра частіше за все зустрічається в досліджуваній сукупності (тобто варіанта, яка має найбільшу частоту).

**Мода в дискретному ряді розподілу** - варіанта, яка має найбільшу частоту.

**Наприклад:** 9 робітників бригади мають наступні тарифні розряди: 4, 3, 4, 5, 3, 3, 6, 2, 6.

В бригаді більше усього робітників 3-го розряду, цей тарифний розряд і буде **модальним**.



## Мода в інтервальному ряді розподілу

$$N_{mo} = x_o + h_{mo} \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})}$$

$N_{mo}$  - мода

$x_o$  - мінімальне значення (нижня межа) ознаки в модальному інтервалі;

$h_o$  - величина модального інтервалу;

$f_{mo}$  - частота модального інтервалу;

$f_{mo-1}$  - частота інтервалу, що стоїть перед модальним інтервалом;

$f_{mo+1}$  - частота інтервалу, що стоїть після модального інтервалу.

**Приклад.** Визначити модальний розмір заробітної плати.

№ групи	Денна заробітна плата, грн.	Число працівників, осіб
I	200-300	10
II	300-400	30
III	<b>400-500</b>	<b>70</b>
IV	500-600	60
V	600-700	25
VI	700 та більше	5

$$\begin{aligned}
 N_{mo} &= x_o + h_{mo} \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})} = \\
 &= 400 + 100 \frac{70 - 30}{(70 - 30) + (70 - 60)} = 480 \text{ грн.}
 \end{aligned}$$

**Медіана** – це значення варіанти, що розташована в середні упорядкованого ряду розподілу і розділяє цей ряд на дві рівні частини (центр розподілу).

**Медіана в дискретному ряді розподілу:**

$$N_{me} = \frac{\sum f + 1}{2}$$

**Медіанний інтервал** – перший інтервал, накопичена частота якого перебільшує половину загальної суми частот.

**Приклад:** Розподіл робітників підприємства за тарифним розрядом.  
 $N_{me} = (190 + 1) / 2 = 95,5$   
95 і 96 робітники знаходяться в 3 групі (12+48+56=116), отже, медіанним є 4 тарифний розряд.

Тарифний розряд	Чисельність робочих, людина
2	12
3	48
4	56
5	60
6	14
Усього	190

## Медіана в інтервальному ряді розподілу

$$N_{me} = x_o + h_{me} \frac{\frac{1}{2} \times \sum f - s}{f_{me}}$$

де  $x_o$  – нижня межа медіанного інтервалу;

$N_{me}$  - медіана;

$S$  - сума накопичених частот до медіанного інтервалу

$f_{me}$  - частота медіанного інтервалу

## Приклад

Групи підприємств за чисельністю працюючих, чол.	Кількість підприємств, од.
100-200	1
200-300	3
300-400	7
<b>400-500</b>	<b>30</b>
500-600	19
600-700	15
700-800	5
Разом	80

Визначаємо половину накопичених частот: 40 од. (80/2).

Медіанним є інтервал із межами 400-500 од. (1+3+7+30 = 41).

$$N_{me} = x_0 + h_{me} \frac{\frac{1}{2} \times \sum f - s}{f_{me}} = 400 + 100 \frac{40 - 11}{30} = 496 \text{ чол.}$$

## 4. Поняття варіації та її основні показники



**Варіація в статистиці** - це кількісні зміни величини досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом дії різних факторів.

Для вимірювання та оцінки варіації використовуються характеристики:

- **абсолютні** - розмах варіації, середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, дисперсії (є іменованими величинами);
- **відносні** - коефіцієнти варіації, локалізації, концентрації (виражаються у %).

## Показники продуктивності праці робітників двох бригад

1-а бригада		2-а бригада	
№ з/п	Виробіток деталей за зміну, шт..	№ з/п	Виробіток деталей за зміну, шт..
1	$X_1 = 2$	1	$X_1 = 8$
2	$X_2 = 3$	2	$X_2 = 9$
3	$X_3 = 12$	3	$X_3 = 10$
4	$X_4 = 15$	4	$X_4 = 11$
5	$X_5 = 18$	5	$X_5 = 12$
Загальний виробіток по бригаді $\Sigma \chi = 50$ штук		Загальний виробіток по бригаді $\Sigma \chi = 50$ штук	

Середній виробіток продукції за зміну:

$$\bar{\chi}_1 = \bar{\chi}_2 = \frac{50}{5} = 10 \text{ штук}$$



**Розмах варіації** характеризує межі, в яких змінюється значення ознаки, і обчислюється як різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки.

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

В інтервальному ряді розподілу розмах варіації визначають як різницю між верхньою межею останнього інтервалу і нижньою межею першого або як різницю між середніми значеннями цих інтервалів.

## Обчислення узагальнюючих показників варіації

Назва показників варіації	Формули показників варіації	
	для незгрупованих даних	для згрупованих даних
Середнє лінійне відхилення	$\bar{d} = \frac{\sum  \chi_i - \bar{\chi} }{n}$	$\bar{d} = \frac{\sum  \chi_i - \bar{\chi}  f}{\sum f}$
Середній квадрат відхилень (дисперсія)	$\sigma^2 = \frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2 f}{\sum f}$
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2 f}{\sum f}}$

## Розрахунок показників варіації продуктивності праці робітників двох бригад

Порядковий номер робітника	Обсяг виготовленої продукції за зміну, шт		Відхилення			
			Бригада 1		Бригада 2	
	Бригада 1	Бригада 2	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2	8	8	64	2	4
2	3	9	7	49	1	1
3	12	10	2	4	0	0
4	15	11	5	25	1	1
5	18	12	8	64	2	4
Разом	50	50	30	206	6	10

Назва показників варіації	Бригада 1	Бригада 2
Середнє лінійне відхилення	$\bar{d}_1 = \frac{30}{5} = 6 \text{ штук}$	$\bar{d}_2 = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ штук}$
Середній квадрат відхилень (дисперсія)	$\sigma_1^2 = \frac{206}{5} = 41,2 \text{ штук}$	$\sigma_2^2 = \frac{10}{5} = 2,0 \text{ штук}$
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma_1 = \sqrt{41,2} = 6,4 \text{ штук}$	$\sigma_2 = \sqrt{2} = 1,44 \text{ штук}$

**Коефіцієнти варіації** - відношення абсолютних характеристик варіації до середньої величини.

### Коефіцієнти варіації:

- **Лінійний** - характеризує частку середнього значення абсолютних відхилень від середньої величини

$$V_d = \frac{d * 100}{\bar{\chi}}$$

- **Квадратичний** - характеризує частку середнього значення квадратів відхилень від середньої величини

$$V_\sigma = \frac{\sigma * 100}{\bar{\chi}}$$

- **Осциляції** - відображує відносне коливання крайніх значень ознаки навколо середньої

$$V_R = \frac{R * 100}{\bar{\chi}}$$

**Розрізняють значення відносних коливань:**

$V < 10\%$

- незначне коливання

$V = \text{від } 10\% \text{ до } 30\%$

- середнє коливання

$V > 30\%$

- велике коливання

Вважають, що сукупність є однорідною, а середня — типовою, коли коефіцієнт варіації не перевищує 33%.

## Розрахунок показників варіації стажу роботи робітників

Стаж роботи	Кількість робітників f	Розрахункові показники					
		$x_i$	$x_i f$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x}  f$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f$
1	2	3	4	5	6	7	8
До 5	18	2,5	45	7	126	49	882
5-10	46	7,5	345	2	92	4	184
10-15	20	12,5	250	3	60	9	180
15-20	10	17,5	175	8	80	64	640
20 і більше	6	22,5	135	13	78	169	1 014
Разом	100		950		436		2 900

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f} = \frac{950}{100} = 9,5 \text{ років}$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 22,5 - 2,5 = 20 \text{ років}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{436}{100} = 4,36 \text{ років}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{2900}{100} = 29,0 \text{ років}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f}{\sum f}} \text{ або } \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 5,39 \text{ років}$$

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d} * 100}{\bar{x}} = \frac{4,36 * 100}{9,5} = 45,9\%$$

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma * 100}{\bar{x}} = \frac{5,39 * 100}{9,5} = 56,7\%$$

$$V_R = \frac{R * 100}{\bar{x}} = \frac{20 * 100}{9,5} = 210,5\%$$

## Висновки:

1. Середня величина (середня арифметична) має важливе пізнавальне значення, однак вона не завжди об'єктивно відображує внутрішній стан статистичної сукупності. При однаковому значенні середньої статистичні сукупності можуть бути досить нерівноцінні за рівнем коливань (варіації).
2. Чим менше відхилення, тим типовіша середня, тим більш однорідна сукупність.
3. Універсальним показником варіації є коефіцієнт варіації, цінність якого полягає в тому, що ним можна користуватись для характеристики і порівняння варіації різних сукупностей і різних явищ.

## 5. Види дисперсій. Правило додавання дисперсій





При вивченні дисперсії можна визначити чотири показники коливання ознаки:

- загальну дисперсію,
- групову дисперсію,
- міжгрупову дисперсію,
- середню із групових дисперсій.



**Загальна дисперсія**, яку вже було розглянуто, характеризує загальну варіацію ознаки під впливом усіх умов і причин, що зумовили цю варіацію.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$

**Групова дисперсія** дорівнює середньому квадрату відхилень окремих значень ознаки всередині групи від середньої арифметичної відповідної групи:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (\chi - \bar{\chi}_i)^2}{n}$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (\chi - \bar{\chi}_i)^2 f}{\sum f}$$

або спрощеним способом :

$$\sigma_i^2 = \bar{\chi}^2 - \bar{\chi}^2$$

Відображує варіацію ознаки лише за рахунок умов і причин, що діють всередині групи.

**Середня з групових дисперсій** — це середня арифметична зважена з групових дисперсій:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i}$$



**Міжгрупова дисперсія** дорівнює середньому квадрату відхилень групових середніх від загальної середньої :

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

де  $\delta^2$  — міжгрупова дисперсія;

$\bar{x}_i$  — середня кожної окремої групи;

$\bar{x}$  — загальна середня всієї сукупності;

$f_i$  — частоти.

Характеризує варіацію результативної ознаки за рахунок групувальної ознаки.

**Правило додавання дисперсій:**

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2$$

# Тема 6

## ВИБІРКОВИЙ МЕТОД. СТАТИСТИЧНА ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗ

### Питання:

1. Суть і переваги вибіркового спостереження.  
Теоретичні основи вибірки.
2. Методи і способи відбору одиниць у вибіркoву сукупність.
3. Помилки вибіркового спостереження.

# 1. Суть і переваги вибіркового спостереження. Теоретичні основи вибірки



**Вибіркове спостереження** — це такий вид несучільного спостереження, при якому обстежуються не всі елементи сукупності, що вивчається, а лише певним чином відібрана її частина.

**Генеральна сукупність**  
- сукупність, з якої вибирають елементи для обстеження.

**Вибіркова сукупність** - сукупність, яку безпосередньо обстежують.

Статистичні характеристики вибіркової сукупності розглядаються як оцінка відповідних характеристик генеральної сукупності.

## Основні етапи вибіркового спостереження:

обґрунтування мети вибіркового спостереження;

складання програми спостереження і розробка відповідних даних;

вирішення організаційних питань щодо спостереження;

визначення частки і способу відбору одиниць у вибірку сукупність;

здійснення відбору;

реєстрація ознак досліджуваних одиниць;

узагальнення даних спостереження та визначення вибірових характеристик;

обчислення похибок вибірки;

поширення кількісних характеристик вибіркового спостереження на всю сукупність.

Для того, щоб вибіркoву сукупність можна було використовувати для вивчення генеральної сукупності, вона повинна мати **властивість репрезентативності**.

**Репрезентативність** (від *англ. representant - представник*) - здатність вибіркової сукупності відтворювати основні характеристики генеральної сукупності.

**Репрезентативна вибірка** – вибірка, структура якої адекватно відображає структуру генеральної сукупності, внаслідок чого вона повно та адекватно представляє досліджувані ознаки генеральної сукупності.





Принцип випадковості відбору забезпечує всім елементам генеральної сукупності рівні можливості потрапити у вибірку.

Вибіркова сукупність не точно відтворює склад генеральної сукупності, а вибіркові оцінки не збігаються з відповідними характеристиками генеральної сукупності. Розбіжності між ними – це *помилки (похибки) репрезентативності*.

Помилки  
репрезентативності:

- для середньої величини - різниця між генеральною і вибірковою середніми,
- для частки - різниця між генеральною і вибірковою частками,
- для дисперсії - відношення генеральної і вибіркової дисперсій.

## 2. Методи і способи відбору одиниць у вибіркову сукупність



**Залежно від специфіки об'єкту одиницею основи  
вибірки можуть бути:**

окремі одиниці (індивідуальний відбір),

якісно однорідні групи (серії)  
досліджуваних одиниць (груповий відбір),

комбінація індивідуального і групового  
відбору.

## Найчастіше використовують способи відбору

*простий  
випадковий*

*типовий  
(районований)*

*систематичний  
(механічний)*

*серійний*



**Простий випадковий відбір:** вибіркова сукупність утворюється в результаті випадкового неупередженого відбору окремих одиниць із генеральної сукупності.

Кількість відібраних у вибірку сукупність одиниць визначається на основі прийнятої частки (питомої ваги) вибірки.

*Приклад.* Є партія товару у 2000 одиниць.

Чисельність вибірки становитиме:

при 5% вибірки - 100 од. ( $2000 \times 5 : 100$ ),

при 20% вибірки - 400 од. ( $2000 \times 20 : 100$ ).

**Систематичний (механічний) відбір:**

основою вибірки є упорядкована чисельність елементів сукупності. Вибір елементів здійснюється через рівні інтервали.

Крок (розмір) інтервалу обчислюють діленням обсягу сукупності  $N$  на передбачений обсяг вибірки  $n$ .

Початковий елемент відбору визначають як випадкове число у першому інтервалі елементів сукупності, другий елемент залежить від початкового числа і кроку інтервалу.

**Типова, або районована вибірка** : генеральна сукупність розбивається на однорідні типові групи, райони, ділянки за певною ознакою, а потім з кожної такої групи відбирається певна кількість одиниць спостереження, пропорційно питомій вазі групи у генеральній сукупності.

**Перевага типової вибірки:** в неї попадуть представники різних типових груп, і вибіркові характеристики, визначені на їх базі, будуть максимально наближені до генеральних характеристик. Вибірка стає вірогіднішою.

***Серійна вибірка (гніздова)***: відбираються не окремі одиниці, а цілі групи (серії, гнізда) випадковим або механічним методом. У відібраних серіях обстежують всі одиниці без винятку, а результати розповсюджують на всю сукупність.





## **Вибірка елементів для вибіркового спостереження може здійснюватись**



**Повторним відбором** - при якому кожна обстежувана одиниця знову повертається до генеральної сукупності, продовжує брати участь у подальшому відборі і може потрапити повторно у вибірку для обстеження.



**Безповторним відбором** - при якому один раз описані одиниці спостереження у подальшому відборі участі не беруть. Безповторний відбір, як правило, дає точніші результати, ніж повторний.

**Залежно від того, як змінюється одиниця відбору, при послідовному проведенні кількох вибірок розрізняються**



- **Одноступінчаста вибірка** передбачає, що з досліджуваної сукупності відразу відбираються одиниці або серії одиниць для безпосереднього обстеження



- **Багатоступінчаста вибірка** припускає поступове вилучення із генеральної сукупності спочатку збільшених груп одиниць, потім груп, менших за обсягом і доти, доки не відберуть відповідні групи або окремі одиниці для подальшого дослідження.

Особливим видом вибіркового спостереження є **моментне спостереження**, суть якого полягає в тому, що на встановлені моменти часу фіксують окремі елементи процесу досліджуваного явища.



### 3. Визначення середньої і граничної похибок та необхідної чисельності вибірки



## ПОМИЛКИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

**Помилки реєстрації** — це розходження між записаними даними в процесі спостереження і дійсними даними.

**Помилки репрезентативності** — це розходження між середніми величинами або частками ознаки вибіркової і генеральної сукупностей.

**Систематичні помилки репрезентативності** виникають внаслідок порушення принципів проведення вибіркового спостереження.

**Випадкові помилки репрезентативності** зумовлені тим, що вибіркова сукупність не відтворює точно середні і відносні показники генеральної сукупності.

## Умовні позначення статистичних характеристик генеральної і вибіркової сукупностей

Характеристика	Сукупність	
	генеральна	вибіркова
Обсяг сукупності	$N$	$n$
Середнє значення ознаки	$\bar{X}$	$\bar{x}$
Загальна дисперсія	$\sigma_r^2$	$\sigma^2$
Середня з групових дисперсій	$\overline{\sigma_r^2}$	$\overline{\sigma^2}$
Міжгрупова дисперсія	$\delta_r^2$	$\delta^2$
Частка елементів сукупності, які мають певні значення ознаки	$W$	$w$
Частка вибіркової сукупності в генеральній	$\times$	$D$
Кількість серій	$R$	$r$
Дисперсія альтернативної ознаки	$\sigma_r^2 = pq$	$\sigma^2 = w(1-w)$

Помилки вибірки (репрезентативності) :

$\Delta x = \bar{x} - \bar{X}$  - помилка вибірки для середньої величини

$\Delta w = w - W$  - помилка вибірки для частки

Ці помилки складаються з помилок репрезентативності і помилок реєстрації.

**Величини помилок вибірки (репрезентативності) в основному залежить від:**

- обсягу вибірки;
- варіації досліджуваної ознаки;
- способу і виду відбору вибіркової сукупності.

## Середня помилка вибірки для середньої величини

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
Випадковий і механічний	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типовий (районований)	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серійний	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_{\chi}^2}{r}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_{\chi}^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$



## Середня помилка вибірки для частки

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
Випадковий і механічний	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типовий (районований)	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серійний	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\mu = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

Порівняння похибки вибірки різних ознак або однієї і тієї ознаки в різних сукупностях виконують за допомогою відносної помилки, яка показує на скільки відсотків вибіркова оцінка може відхилитися від параметра генеральної сукупності.

Відносна стандартна помилка середньої — це коефіцієнт варіації вибіркових середніх:

$$V_{\mu} = \frac{\mu_x}{\chi} * 100$$

Для узагальнюючої характеристики помилки вибірки розраховують граничну помилку вибірки  $\Delta$ .

$$\Delta = t\mu; \quad t = \Delta/\mu;$$

де  $\Delta$  - гранична помилка вибірки,  
 $\mu$  - середня помилка вибірки,  
 $t$  - коефіцієнт довіри, який залежить від ймовірності, з якою гарантується значення граничної помилки вибірки.

При різних значеннях  $t$  ймовірність буде різною:

$$t = 1 \quad P(\Delta \leq \mu) = 0,683$$

$$t = 2 \quad P(\Delta \leq \mu) = 0,954$$

$$t = 3 \quad P(\Delta \leq \mu) = 0,997$$

$$t = 4 \quad P(\Delta \leq \mu) = 0,999$$

## Гранична помилка вибірки для середньої величини

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
Випадковий і механічний	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типовий (районований)	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серійний	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\delta_{\chi}^2}{r}}$	$\Delta_{\chi} = t \sqrt{\frac{\delta_{\chi}^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

## Гранична помилка вибірки для частки

Спосіб відбору	Метод відбору	
	повторний	безповторний
Випадковий і механічний	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типовий (районований)	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серійний	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\Delta_P = t \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

## **За допомогою формул граничної похибки вибірки визначають:**

довірчі межі генеральної середньої і частки з певною ймовірністю;

ймовірність того, що відхилення між вибірковими і генеральними характеристиками не перевищує визначену величину;

необхідну чисельність вибірки, яка із заданою ймовірністю забезпечує очікувану точність вибіркових показників.

## Чисельність вибірки

Спосіб відбору	Визначення середньої	Визначення частки
Повторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$
Безповторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$

Чисельність вибірки залежить:

1. від розміру граничної помилки;
2. від показників варіації ознаки та частки;
3. від ймовірності, з якою вимагається гарантувати результати вибірки.

*Необхідну чисельність вибірки в разі **серійного відбору** визначають як відбір певної кількості серій, які забезпечують з відповідною ймовірністю потрібну точність результатів дослідження.*

Необхідна чисельність вибірки:

для повторного відбору

$$r = \frac{t^2 \delta^2}{\Delta^2},$$

для безповторного відбору

$$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{\Delta^2 R + t^2 \delta^2}$$

***Загальна помилка для комбінованої вибірки** складається з помилок, які можливі на кожному ступені, і визначається як корінь квадратний з квадратів помилок відповідних вибірок.*



У разі **моментного методу спостереження** гранична помилка частки визначається як для звичайної повторної простої випадкової вибірки.

Відбір моментів здійснюють за схемою механічної вибірки або за схемою випадкової вибірки за таблицею випадкових чисел.

Необхідна чисельність моментів спостереження:

$$n = \frac{0,25t^2}{\Delta^2},$$

## Поширення даних вибіркового дослідження на генеральну сукупність



**Спосіб прямого перерахунку** використовують у тому випадку, коли метою вибіркового обстеження є визначення обсягу ознаки в генеральній сукупності. При прямому перерахунку вибіркoву середню ознаки або частку множать на чисельність одиниць генеральної сукупності.



**Спосіб поправочних коефіцієнтів** застосовують, якщо вибіркoве спостереження проводять з метою уточнення результатів суцільного спостереження. При цьому, порівнюючи дані вибіркового спостереження з даними суцільного, обчислюють поправочний коефіцієнт, яким і користуються для внесення поправок у матеріали суцільного спостереження.

# Тема 7

## АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ. СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ

### Питання:

1. Ряди динаміки, їх суть, види та особливості.
2. Показники динаміки та порядок їх обчислення.
3. Методи обчислення середніх у рядах динаміки.
4. Основні прийоми перетворення часових рядів.  
Вивчення основної тенденції розвитку.
5. Способи визначення основної тенденції розвитку в  
рядах динаміки та прогнозування на основі рядів  
динаміки.

# 1. Ряди динаміки, їх суть, види та особливості



**Динамічний ряд** – це послідовність розташованих у хронологічному порядку статистичних даних, що відображають розвиток досліджуваного соціально-економічного явища у часі.

Ряди динаміки мають два основних елементи:

- 1) **показники часу** (перелік хронологічних даних) –  $t$ ;
- 2) **рівні ряду** (відповідні показникам часу числові значення розмірів розвитку досліджуваного явища) –  $y$ .

Ряд динаміки можна записати так:

$$y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_{n-1} \ y_n$$

де  $n$  - число рівнів.

Перший показник ряду називається початковим, а останній – кінцевим.

**Приклад.** Товарообіг магазину за 2016-2020 р., тис. грн.

1 рік	2 рік	3 рік	4 рік	5 рік	t
885,7	932,6	980,1	950,5	1028,7	y

**Приклад.** Прибуток підприємства, отриманий у поточному році, тис. грн.

I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	t
1016	2211	3411	4411	y

## За ознакою часу динамічні ряди поділяються на:

- **моментні** – рівень ряду фіксується на конкретний час (момент) і являє собою стан явища на цей час;

- **інтервальні** – рівень ряду формується за певний період часу (інтервал) і являє собою агрегований результат процесу за цей період.

*Приклад моментного ряду:* Чисельність працівників підприємства, осіб

01.09.2017	01.09.2018	01.09.2019	01.09.2020	01.09.2021
405	400	500	545	560

! Послідовні рівні моментного ряду не підлягають підсумовуванню.





**Приклад інтервального ряду:** Кількість звільнених працівників за рік, осіб

2015	2016	2017	2018	2019	2020
102	100	110	130	140	150



Послідовні рівні інтервального ряду підлягають підсумовуванню.

**Приклад підсумовування:** Кількість звільнених працівників, осіб

2015 – 2017 р.р.	2018 – 2020 р.р.
312	420

**За повнотою часу ряди динаміки поділяються на:**

- **повні** – у яких дати і періоди розміщуються один за одним у календарній послідовності з рівним інтервалом;
- **неповні** – у яких рівний інтервал (хронологічна послідовність) не дотримується.

**Залежно від статистичної природи показника-рівня виділяють:**

- ряди абсолютних величин;
- ряди відносних величин;
- ряди середніх величин.

**За числом рівнів ряду динамічні ряди поділяються на:**

**1) одномірні ряди динаміки** - характеризують зміну одного показника (наприклад, видобуток нафти, чисельність студентів, суму прибутку тощо).

**2) багатомірні ряди динаміки** - характеризують зміну двох, трьох або більше показників. У свою чергу, багатомірні динамічні ряди поділяються на два види:

- **паралельні динамічні ряди;**
- **ряди взаємозв'язаних показників.**

**Паралельні динамічні ряди** відображають розвиток:

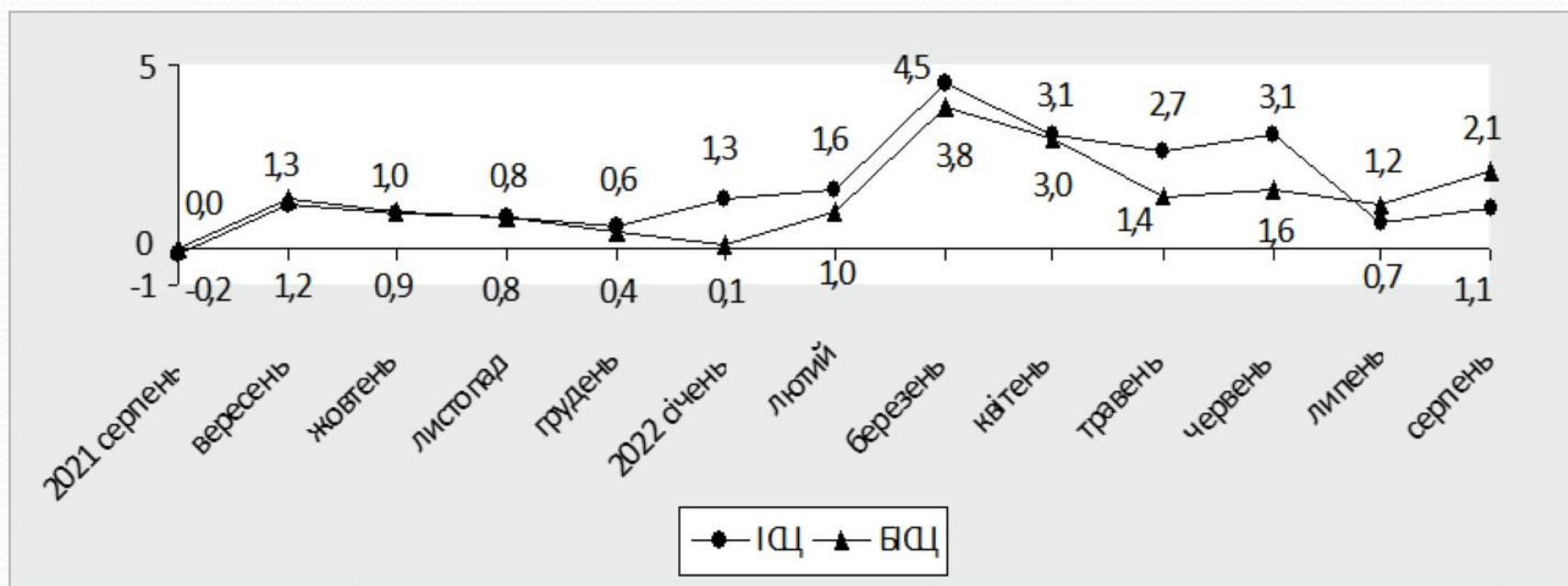
- одного і того самого показника відносно різних об'єктів;
- різних показників одного і того самого об'єкта.

Між показниками **рядів взаємопов'язаних показників** існує зв'язок:

- **функціональний** – це коли зміна певного рівня ряду у повній мірі залежить від зміни інших рівнів динамічного ряду;
- **кореляційний** – залежність між видатковими величинами, які не мають строго функціонального характеру і при якому зміна однієї величини призводить до зміни математичного очікування другої.

## Паралельні динамічні ряди

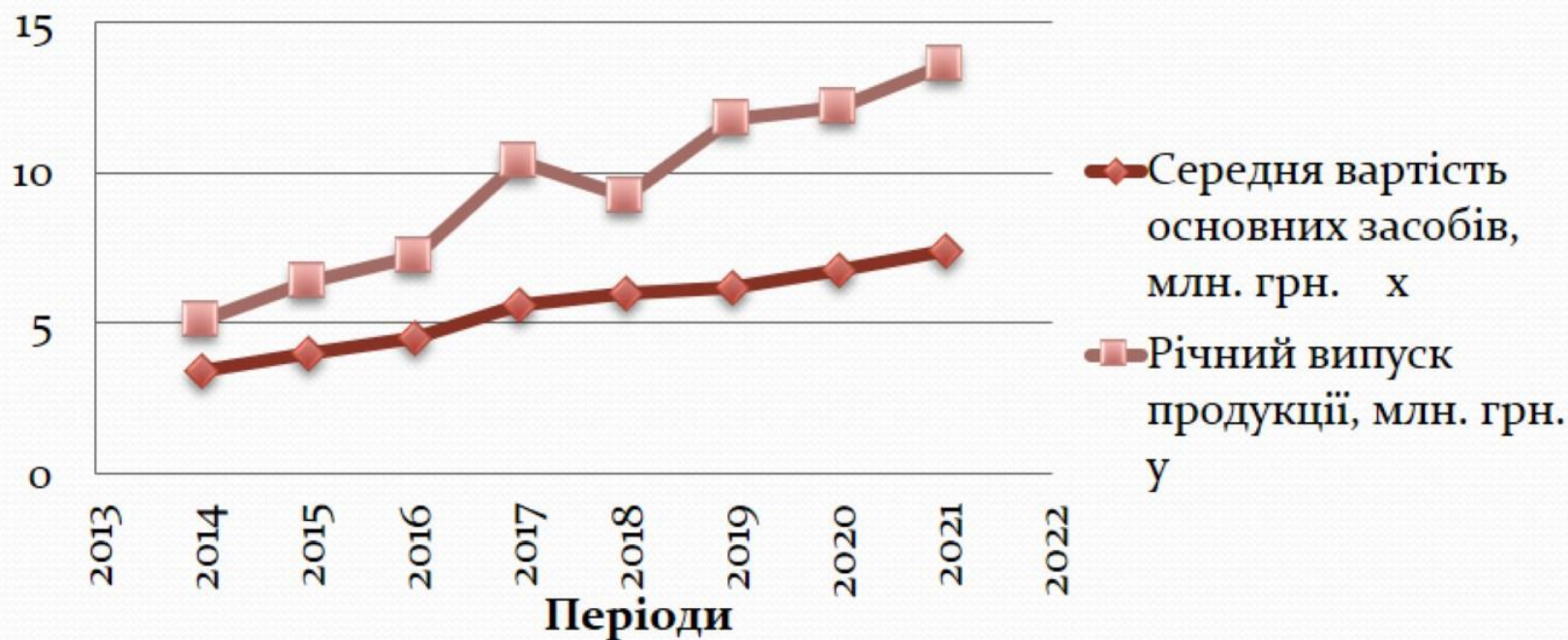
**Зміни цін**  
(у % до попереднього місяця)



Джерело: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)

## Ряди взаємопов'язаних показників

### Динаміка середньої вартості основних засобів та випуску продукції на підприємстві



## **Рівні рядів динаміки повинні відповідати таким вимогам:**

бути співставними у часі, за територіями, об'єктами, одиницями виміру;

бути однозначними за змістом;

додержуватися єдиної методології розрахунку показників динаміки

## 2. Показники динаміки та порядок їх обчислення





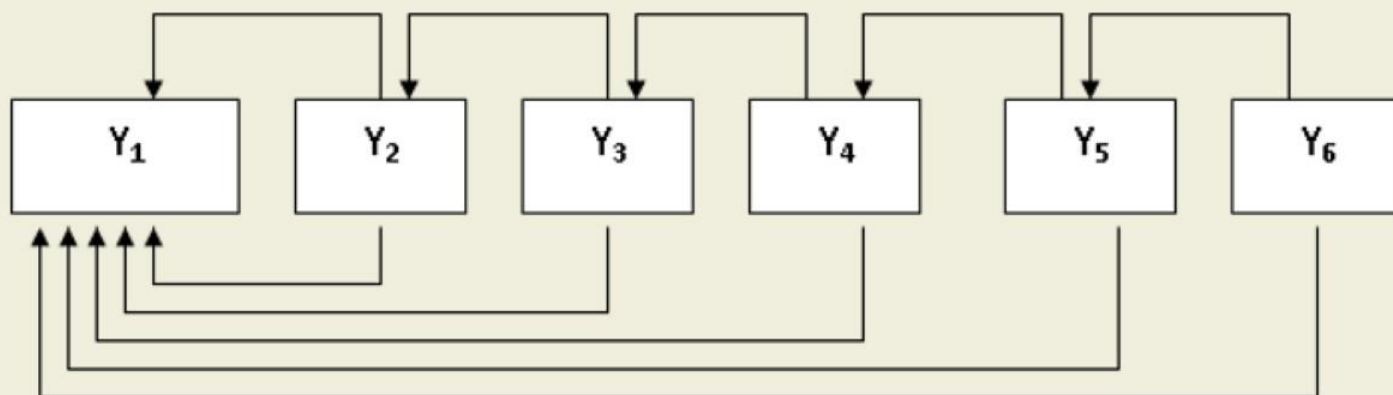
В процесі аналізу динаміки суспільних явищ використовують такі показники:

**абсолютний приріст,  
темп зростання,  
темп приросту,  
абсолютне значення 1% приросту.**

**Базисний рівень ряду - рівень, з яким порівнюють.**

**Поточний рівень ряду - рівень, який порівнюють.**

**Ланцюгові показники** розраховуються, якщо кожний рівень порівнюють з кожним попереднім періодом.



**Базисні показники** розраховують, якщо всі рівні по черзі порівнюють з тим самим рівнем, що є постійною базою порівняння.

**Абсолютний приріст ( $\Delta_i$ )** характеризує абсолютне збільшення чи зменшення рівня ряду й показує, наскільки порівнювальний рівень ряду перевищує рівень, прийнятий за базу порівняння, розраховується як різниця рівнів ряду.

Ланцюговий абсолютний приріст	Базисний абсолютний приріст
$\Delta_i = y_i - y_{i-1}$	$\Delta_i = y_i - y_0$

де  $\Delta_i$  – абсолютний приріст (зниження);

$y_i$  – рівень порівнюваного періоду;

$y_0$  – рівень базисного періоду;

$y_{i-1}$  – рівень попереднього періоду.

Знак «+», «-» показує напрямок динаміки.

Сума ланцюгових абсолютних приростів дорівнює кінцевому абсолютному приросту, що визначений базисним способом.

**Темп зростання (Тз)** показує у скільки разів порівнювальний рівень більший чи менший, від рівня, взятого з базу порівняння.

Ланцюговий темп зростання	Базисний темп зростання
$T_3 = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100$	$T_3 = \frac{y_i}{y_0} \times 100$

де      Тз – темпи зростання;  
           $y_i$  – рівень порівнюваного періоду;  
           $y_0$  – рівень базисного періоду;  
           $y_{i-1}$  – рівень попереднього періоду .

Розмір темпів зростання (Тз) більше одиниці (100%) характеризує збільшення порівнюваного періоду відповідного рівня порівняння, а менше одиниці (100%) - зменшення.

**Темп приросту ( $T_{II}$ )** - характеризує на скільки відсотків порівнювальний рівень ряду більше або менше рівня, прийнятого за базу порівняння.

Ланцюговий темп приросту	Базисний темп приросту
$T_{II} = \frac{\Delta_i}{y_{i-1}} \times 100 = T_3 - 100$	$T_{II} = \frac{\Delta_i}{y_0} \times 100 = T_3 - 100$

де  $T_n$  – темпи приросту;  
 $\Delta_i$  – абсолютний приріст;  
 $y_0; y_{i-1}$  – рівні, що прийняті за базу порівняння.

## Середні показники динаміки

- **Середній абсолютний приріст:**

Ланцюговий	Базисний
$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n - 1}$	$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$

- **Середній темп зростання:**

Ланцюговий	Базисний
$\bar{T}_3 = \sqrt[n-1]{T_{31} \times T_{32} \times \dots \times T_{3n}}$	$\bar{T}_3 = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$

- **Середній темп приросту:**

Ланцюговий	Базисний
$\bar{T}_{\Pi} = \bar{T}_3 - 100 \%$	$\bar{T}_{\Pi} = \bar{T}_3 - 100 \%$

## Показники динаміки

Період	1-й рік	2-й рік	3-й рік	4-й рік	5-й рік	Середній
Виробництво картоплі	82	58	87	140	124	98,2
Ланцюгові						
Абсолютний приріст		-24	29	53	-16	10,5
Темп зростання		70,73	150,00	160,92	88,57	110,89
Темп приросту		-29,27	50,00	60,92	-11,43	10,89
Базисні						
Абсолютний приріст		-24	5	58	42	10,5
Темп зростання		70,73	106,10	170,73	151,22	110,89
Темп приросту		-29,27	6,10	70,73	51,22	10,89

### 3. Методи обчислення середніх у рядах динаміки





Середній рівень інтервального (періодичного) ряду динаміки з рівними інтервалами часу визначають за формулою середньої арифметичної простої.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

де  $y$  - середній рівень ряду;  
 $n$  - число рівнів ряду динаміки.

**Приклад.** Кількість звільнених працівників за рік, чол.

2015	2016	2017	2018	2019	2020
102	100	110	130	140	150

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{102 + 100 + 110 + 130 + 140 + 150}{6} = \frac{732}{6} = 122 \text{ (чол.)}$$

Середній рівень моментного ряду динаміки з рівними проміжками часу між датами визначають за формулою середньої хронологічної

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n - 1}$$

### Приклад

Чисельність працівників, осіб

На 1 січня	На 1 лютого	На 1 березня	На 1 квітня	На 1 травня	На 1 червня	На 1 липня
200	150	130	190	210	230	210

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1} = \frac{100 + 150 + 130 + 190 + 210 + 230 + 105}{6} = 203$$

У моментному ряді динаміки з нерівними проміжками між датами середній рівень визначають за формулою середньої арифметичної зваженої

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{t}$$

де  $y$  - середній рівень ряду;  
 $t$  - тривалість періоду між окремими датами.

**Приклад.** Залишки продукції на складі підприємства характеризується наступними даними, (тис. грн).

01.01.2020	01.03.2020	01.07.2020	01.08.2020
254	260	268	268

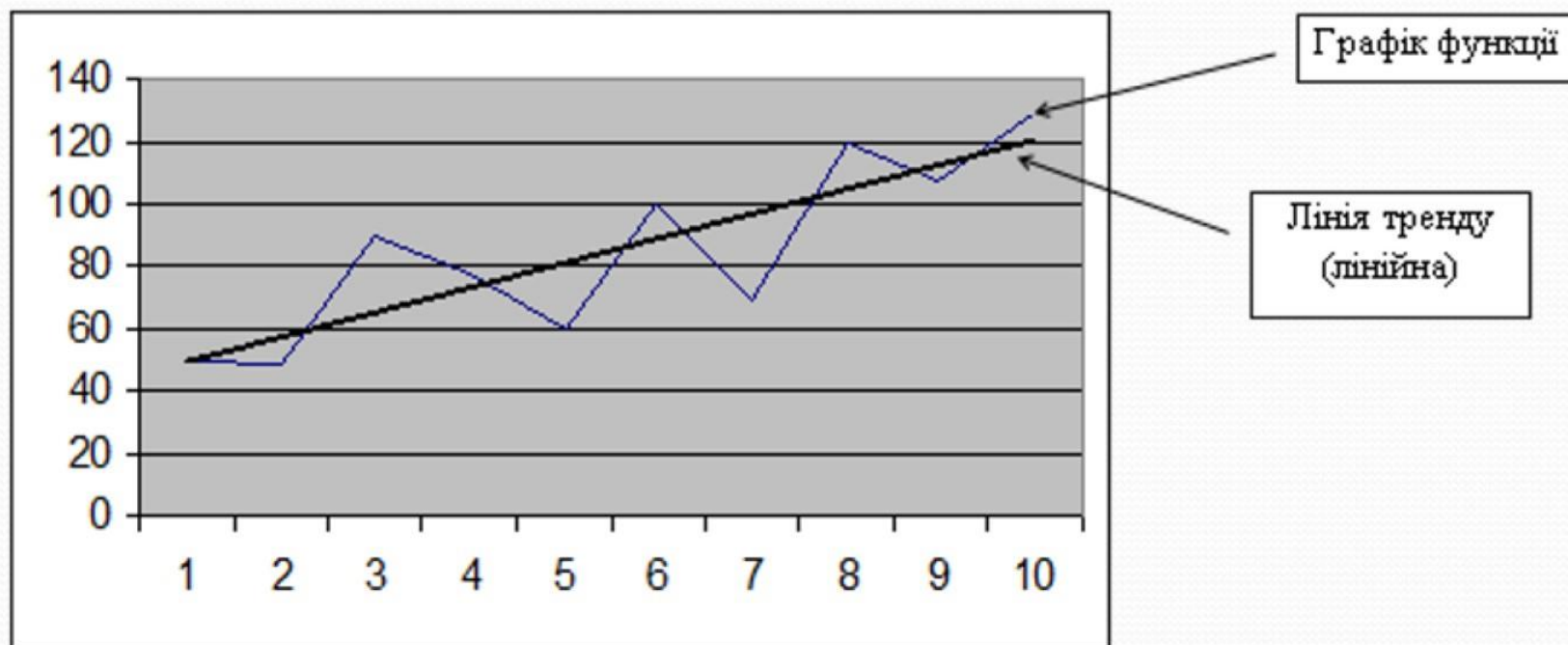
З 1 січня до 1 березня – два місяці, з 1 березня до 1 липня чотири місяці і т.д.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{t} = \frac{254 \times 2 + 260 \times 4 + 268 \times 1 + 268 \times 5}{2 + 4 + 1 + 5} = 263 \text{ тис. грн}$$

## 4. Основні прийоми перетворення часових рядів. Вивчення основної тенденції розвитку



**Тенденція** (або **тренд**) – це основний напрям розвитку того явища, яке ми досліджуємо.



## Прийоми перетворення часових рядів для забезпечення зрівнянності даних:

**1) змикання рядів динаміки** з метою отримання єдиного ряду за весь період.

**Приклад.** Валовий збір овочів в районі, в межах якого виникли зміни (тис. ц).

Рік	2015	2016	2017	2018	2019	2020
До змін	416	432	450	-	-	-
Після змін	-	-	630	622	648	684

Визначаємо у 2017 році коефіцієнт співвідношення рівнів двох рядів:  $K = 630 / 450 = 1,4$ .

Множимо на цей коефіцієнт рівні першого ряду.

Отримуємо зрівнянний ряд динаміки валового збору овочів у нових межах району (тис. ц):

Рік	2015	2016	2017	2018	2019	2020
В нових межах	582	605	630	622	648	684

**2) приведення рядів динаміки однієї основи**, тобто до загальної бази порівняння. Порівнюються відносні показники, виражені в коефіцієнтах або процентах (1 або 100%).

Наприклад, є дані про діяльність КСП за 2016 – 2020 рр.:

Рік	2016	2017	2018	2019	2020
Вартість с/г продукції, млн. грн.	55,0	60,3	62,8	65,8	66,2
Фондозабезпеченість, млн. грн.	90,0	103,2	118,6	129,7	136,1
Енергозабезпеченість, к.с.	202	215	230	256	265
Кількість внесених мінеральних добрив, ц	80,0	85,1	90,2	112,5	100,6

Приведемо порівнювані ряди до однієї основи, визначивши базисні темпи зростання.

Рік	2016	2017	2018	2019	2020
Вартість с/г продукції, тис. грн.	100,0	109,6	114,2	119,6	120,4
Фондозабезпеченість, тис. грн.	100,0	114,7	131,8	144,1	151,2
Енергозабезпеченість, к.с.	100,0	106,4	113,9	126,7	131,2
Кількість внесених мінеральних добрив, ц	100,0	106,4	112,8	140,6	125,8

**3) забезпеченість однаковості періодів інтервального ряду, за які наводяться дані.**

Наприклад, необхідно побудувати ряд динаміки реалізації хлібобулочних виробів в торговельній мережі міста за кварталами у 2020 р. (т):

I	II	III	IV
2340	1820	1380	2024

Визначимо розмір середньоденної реалізації з урахуванням кількості днів торгівлі за кварталами (т):

$$I - 2340 / 90 = 26; \quad III - 1380 / 92 = 15;$$

$$II - 1820 / 91 = 20; \quad IV - 2024 / 92 = 22.$$

Ряд динаміки реалізації хлібобулочних виробів в торговельній мережі міста за кварталами у 2020 р. (т):

I	II	III	IV
26	20	15	22



## 5. Способи визначення основної тенденції розвитку в рядах динаміки та прогнозування на основі рядів динаміки



## Способи визначення основної тенденції розвитку в рядах динаміки:

- 1) **згладжування**, суть якого полягає в укрупненні інтервалів часу та заміні первинного ряду рядом середніх по інтервалах:
  - спосіб укрупнення інтервалів;
  - спосіб ковзної (рухомої) середньої;
- 2) **аналітичне вирівнювання**, коли фактичні значення  $y_t$  замінюються обчисленими на основі певної функції  $Y = f(t)$ , яку називають **трендовим рівнянням** ( $t$  — змінна часу,  $Y$  — теоретичний рівень ряду):
  - вирівнювання ряду динаміки за середнім абсолютним приростом;
  - вирівнювання ряду динаміки за середнім коефіцієнтом зростання;
  - спосіб найменших квадратів.

## Способи згладжування рядів динаміки:

- **спосіб укрупнення інтервалів:** дані динамічного ряду об'єднують в групи по періодам, і для них розраховують середній показник на період 3, 5, 10 і більше років.

*Приклад.*

Інтервал	Значення ознаки		Інтервал	Значення ознаки
2015	50		2015- 2017	$\frac{50 + 48 + 55}{3} = 51$
2016	48			
2017	55			
2018	57		2018- 2020	$\frac{57 + 60 + 58}{3} = 58,3$
2019	60			
2020	58			

## Способи згладжування рядів динаміки:

- **спосіб ковзної середньої**: формують укрупнені інтервали, які складаються з однакового числа рівнів. Але за допомогою послідовних зсувів на одну дату (місяць, квартал, рік) абсолютні дані замінюють середніми арифметичними за визначені періоди (тобто 3, 5, 10 років);

*Приклад.*

Інтервал	Значення ознаки		Значення ознаки (середня)
2015	50		51
2016	48		53,3
2017	55		57,3
2018	57		58,3
2019	60		
2020	58		

## Способи аналітичного вирівнювання рядів динаміки:

1) При **вирівнюванні за середнім абсолютним приростом** розрахункові рівні обчислюють за формулою:

$$\tilde{y}_t = y_0 + \bar{A}t,$$

де  $\tilde{y}_t$  - вирівняні рівні;

$y_0$  - початковий рівень ряду;

$\bar{A}$  - середній абсолютний приріст;

$t$  - порядковий номер дати.

## Способи аналітичного вирівнювання рядів динаміки:

2) При **вирівнюванні ряду динаміки за середнім коефіцієнтом зростання** розрахункові рівні визначають за формулою:

$$\tilde{y}_t = y_0 \bar{K}^t$$

де  $\bar{K}$  - середній коефіцієнт зростання.

## Способи аналітичного вирівнювання рядів динаміки:

3) **Вирівнювання способом найменших квадратів** полягає у знаходженні такої математичної лінії, ординати точок якої були б найближчі до фактичних значень ряду динаміки:

$$\sum (\tilde{y}_t - y)^2 = \min$$

Якщо в ряду динаміки ланцюгові абсолютні прирости більш-менш рівномірні, то найбільш доцільною для вирівнювання є **пряма лінія**:

$$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t$$

де  $a_0$  – вирівняний рівень за умови, що  $t=0$ , тобто у році, який передує початку досліджуваного періоду,

$a_1$  – середній щорічний приріст (зниження) показника.

Невідомі параметри  $a_0$  і  $a_1$  визначають способом найменших квадратів, розв'язуючи систему нормальних рівнянь:

$$\sum y = na_0 + a_1 \sum t$$

$$\sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2$$

де  $y$  – фактичні рівні ряду динаміки,  
 $n$  – кількість рівнів.



Вихідні дані для вирівнювання ряду динаміки продуктивності праці за рівнянням прямої лінії

Рік	$y$	$t$	$t^2$	$yt$	$\tilde{y}_t$	$y - \tilde{y}_t$	$(y - \tilde{y}_t)^2$
2004	137,1	1	1	137,1	139,1	-2,0	4,00
2005	145,0	2	4	290,0	140,3	4,7	22,09
2006	142,9	3	9	428,7	141,4	1,5	2,25
2007	148,0	4	16	592,0	142,6	5,4	29,16
2008	140,2	5	25	701,0	143,8	-3,6	12,96
2009	142,6	6	36	855,6	144,9	-2,3	5,29
2010	146,9	7	49	1028,3	146,1	0,8	0,64
2011	144,5	8	64	1156,0	147,2	-2,7	7,29
2012	143,3	9	81	1289,7	148,4	-5,1	26,01
2013	145,9	10	100	1459,0	149,6	-3,7	13,69
2014	151,0	11	121	1661,0	150,7	0,3	0,09
2015	152,8	12	144	1836,6	151,9	0,9	0,81
2016	152,0	13	169	1976,0	153,0	-1,0	1,00
2017	164,1	14	196	2297,4	154,2	9,9	98,01
2018	152,4	15	225	2286,0	155,5	-3,1	9,61
Разом	22087	120	1240	17994,4	2208,7	0,0	232,9

Підсумкові дані таблиці перенесемо в систему рівнянь:

$$\begin{aligned}\sum y &= na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt &= a_0 \sum t + a_1 \sum t^2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}2208,7 &= 15a_0 + 120a_1 \\ 17994,4 &= 120a_0 + 1240a_1\end{aligned}$$

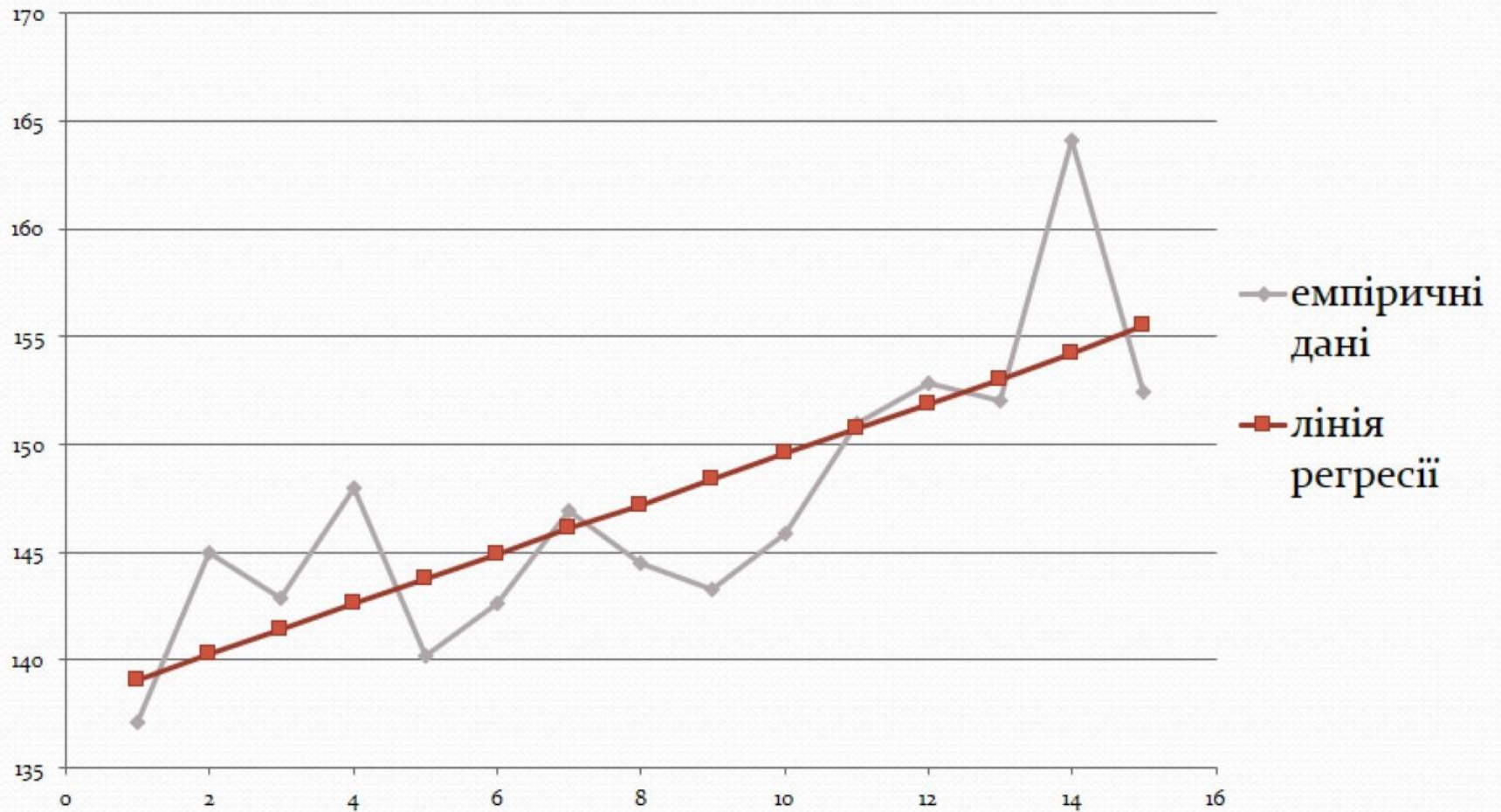


$$\begin{aligned}a_1 &= 1,16 \\ a_0 &= 137,97\end{aligned}$$

Рівняння прямої лінії, яке характеризує динаміку продуктивності праці:

$$\tilde{y}_t = 137,97 + 1,16a_1$$

## Динаміка продуктивності праці



Залишкова варіація продуктивності праці за 2004–2018 рр.:

$$\sigma_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum (y - \tilde{y})^2}{n} = \frac{232,9}{15} = 15,53$$

Середнє квадратичне відхилення фактичних рівнів від вирівняних:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{зал}}^2} = \sqrt{15,53} = 3,94 \text{ тис. грн}$$

Відносну міру коливання продуктивності праці характеризує коефіцієнт варіації:

$$V = \frac{\sigma}{y} \times 100 = \frac{3,94}{147,2} \times 100 = 2,7\%$$

Якщо в ряду динаміки абсолютні прирости не є стабільні, а мають тенденцію до зростання або зниження, то вирівнювати такий ряд потрібно за рівнянням **параболи другого порядку**:

$$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,$$

де  $a_0$  – вирівняний рівень за умови, що  $t=0$ ,

$a_1$  – середній щорічний приріст (зниження) рівня;

$a_2$  – середнє прискорення або сповільнення зростання (зниження) рівня досліджуваного явища.

Параметри  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  визначають розв'язанням системи рівнянь:

$$\sum y = na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2$$

$$\sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3$$

$$\sum yt^2 = a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4$$

# Тема 8

## СТАТИСТИЧНІ ІНДЕКСИ

### Питання:

1. Суть індексів та їх роль в статистично-економічному аналізі. Види індексів.
2. Методологічні принципи побудови індивідуальних і загальних індексів.
3. Ряди індексів з постійною та змінною базою порівняння.
4. Система взаємопов'язаних індексів і визначення впливів окремих факторів.
5. Індекси динаміки середнього рівня інтенсивного показника.

# 1. Суть індексів та їх роль в статистично-економічному аналізі. Види індексів



**Статистичний індекс** – це узагальнюючий показник, який виражає співвідношення величин складного економічного явища, що складається з елементів безпосередньо несумісних.


За своєю суттю **статистичний індекс** – це відносна величина, що характеризує зміну рівня будь-якого суспільного явища в часі, просторі чи порівняно з планом, нормою, стандартом.

Індекси можуть бути виражені у вигляді коефіцієнта або у відсотках.







## За допомогою індексного методу вирішують такі завдання:




одержують порівняльну характеристику зміни явища у часі, де індекси виступають як показники динаміки;



характеризують виконання норми, затвердженого стандарту чи плану, отже, індекси є засобом оперативного висвітлення виробничого процесу;



оцінюють роль окремих факторів, що формують складне явище;



дають порівняльну характеристику зміни явищ у просторі, у цьому разі індекси забезпечують територіальні порівняння.

## Класифікація індексів:

### 1. За характером досліджуваних об'єктів:

**Індекси кількісних (об'ємних) показників** – це індекси фізичного обсягу продукції, товарообігу, споживання окремих продуктів тощо.

**Індекси якісних показників** – це індекси цін, собівартості продукції, продуктивності праці, врожайності тощо.



## Класифікація індексів:

### 2. За ступенем охоплення одиниць сукупності:

**Індивідуальні індекси** дають порівняльну характеристику співвідношення рівнів показників окремих елементів складного явища.

**Зведені індекси** характеризують співвідношення рівнів показника певної множини елементів:

**Групові індекси (субіндекси)** використовують для характеристики змін частини (групи) елементів складної сукупності.

**Загальні індекси** характеризують зміну складного явища, тобто є співвідношенням рівнів показника, до складу якого входять різномірні елементи.

## Класифікація індексів:

**3. Залежно від методології обчислення загальні індекси поділяють на:**

**Агрегатні індекси** є основною формою економічних індексів, які за рахунок введення сумірника (ваги) в чисельник і знаменник індексу дозволяють здійснити поєднання різнорідних елементів для дослідження складних економічних явищ.

**Середні з індивідуальних індексів** – похідні. Їх отримують внаслідок перетворення агрегатних індексів.

## Класифікація індексів:

### 4. Залежно від бази порівняння:

**Ланцюгові індекси** одержують шляхом порівняння абсолютних даних кожного періоду з даними попереднього періоду.

**Базисні індекси** обчислюють порівнянням абсолютних даних кожного періоду з даними якого-небудь одного періоду, взятого за базу порівняння.

## Класифікація індексів:

### 5. За характером порівнянь:

**Динамічні індекси** характеризують співвідношення явищ у часі.

**Планові індекси** використовують для визначення відносної величини планового завдання й узагальнюючої характеристики рівня виконання плану.

**Територіальні індекси** визначають ступінь відхилення значень показника у просторі – між об'єктами, країнами, регіонами тощо.

**Міжгрупові індекси** характеризують відхилення від певного стандарту (еталонного, максимального чи мінімального значення) або від середнього рівня по сукупності в цілому.

## Класифікація індексів:

6. **Індекси середніх величин**, які характеризують зміни середнього рівня якісних ознак, поділяються на:

- індекси змінного складу;
- індекси постійного складу;
- індекси структурних зрушень.

## 2. Методологічні принципи побудови індивідуальних і загальних індексів





Основні умовні позначення показників, зміна яких вивчається за допомогою індексів:

**q** - кількість проданого товару (чи обсяг виготовленої продукції) в натуральному вираженні;

**p** - ціна одиниці товару чи продукції;

**pq** - загальна вартість проданого товару, тобто товарообіг, або вартість виготовленої продукції;

**o** - ознака базового рівня показника;

**1** - ознака поточного рівня показника;

**i** - індивідуальний індекс;

**I** - загальний індекс.

**Індексована величина** - показник, динаміку чи співвідношення якого характеризує індекс.

Індексована величина вказується біля позначення індексу у вигляді порядкового знаку.

Наприклад:

$i_p$  - індивідуальний індекс ціни,

$I_z$  - загальний індекс собівартості продукції.



**Індивідуальні індекси** характеризують зміну одного елемента сукупності, тому в будь-якому індивідуальному індексі порівнюються дві величини, які стосуються або різних періодів часу, або різних об'єктів, або планового завдання і фактичного виконання.

Індивідуальні індекси динаміки:

$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	індивідуальний індекс фізичного обсягу товару (продукції)
$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	індивідуальний індекс цін
$i_z = \frac{z_1}{z_0}$	індивідуальний індекс собівартості продукції

**Загальні індекси** характеризують співвідношення явищ (сукупностей), що складаються з окремих несумірних елементів, які не можна безпосередньо підсумовувати.

В залежності від наявних даних загальні індекси можуть обчислюватись у формі агрегатного або середнього індексу.



**Агрегатний індекс** є основною формою загальних індексів і уявляє собою відношення сум добутків індексованих величин та їх співвимірників (агрегатів).

**Агрегатний індекс** — це співвідношення двох агрегатів, конкретних щодо змісту й часу.

**Агрегат** (від латинського *adgrego* – приєдную) є добутком спряжених величин.

**В агрегатному індексі є дві величини:**

одна – індексована, тобто величина, зміну якої визначають індексом,

друга – співвимірник або вага, тобто ознака, яку застосовують як постійну величину.

В агрегатних індексах суми в чисельнику і знаменнику відрізняються тільки індексованими величинами, а співвимірники (ваги) незмінні.

**У вітчизняній статистичній практиці прийнято:**

при побудові індексів якісної ознаки ваги фіксують на рівні звітного періоду;

у разі побудови індексів об'ємних ознак – ваги фіксують на рівні базисного періоду.

Якщо будь-який з інтенсивних показників позначити через  $x$ , а екстенсивний  $w$ , то в загальному вигляді всі загальні індекси (двофакторні) набувають вигляду:

$$I_x = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_1}$$

$$I_w = \frac{\sum w_1 x_0}{\sum w_0 x_0}$$

$$I_{xw} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_0}$$

$I_x$  - це загальний індекс інтенсивного показника. Він характеризує зміну цього показника в середньому. Можливість цього досягається зважуванням.

$I_w$  - це загальний індекс екстенсивного (об'ємного) показника.

$I_{xw}$  характеризує зміну складного суспільного явища за рахунок обох факторів - інтенсивного і екстенсивного.

## Система загальних індексів фізичного обсягу товарообігу, цін та товарообігу

<p>1. Загальний індекс фізичного обсягу товарообігу</p>	$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	<p>показує, як змінився обсяг проданих товарів у звітному періоді порівняно з базисним</p>
<p>2. Загальний індекс цін</p>	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	<p>характеризує зміну цін декількох видів товарів у звітному періоді порівняно з базисним</p>
<p>3. Загальний індекс товарообігу у фактичних цінах</p>	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$	<p>характеризує зміну товарообігу під впливом зміни цін на товари і зміни кількості проданих товарів</p>



Індекси споживчих цін по регіонах у 2021 році  
(до попереднього місяця)

	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень
Україна	101,3	101,0	101,7	100,7	101,3	100,2	100,1	99,8	101,2	100,9
Харківська обл.	100,9	101,2	102,0	100,9	100,8	100,3	100,1	99,8	101,0	101,1

Джерело: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

Індекси споживчих цін по регіонах у 2021 році  
(до грудня попереднього року)

	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень
Україна	101,3	101,0	101,7	100,7	101,3	100,2	100,1	99,8	101,2	100,9
Харківська обл.	100,9	101,2	102,0	100,9	100,8	100,3	100,1	99,8	101,0	101,1

Джерело: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

### 3. Ряди індексів з постійною та змінною базою порівняння



**Індекси з постійною базою** – це базисні індекси, які характеризують зміну явища в усіх наступних періодах порівняно з першим періодом.

**Індекси зі змінною базою** – це ланцюгові індекси, які характеризують послідовну зміну досліджуваного явища період за періодом, тобто кожен наступний період порівнюють з кожним попереднім.

Якщо позначити індексовані величини через  $a$ , то формули індивідуальних індексів матимуть такий вигляд:

### Ланцюгові індекси

$$i_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$$i_2 = \frac{a_2}{a_1}$$

$$i_3 = \frac{a_3}{a_2}$$

$$i_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

### Базисні індекси

$$i_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$$i_2 = \frac{a_2}{a_0}$$

$$i_3 = \frac{a_3}{a_0}$$

$$i_n = \frac{a_n}{a_0}$$

## Зв'язок між ланцюговими і базисними індексами:

1) послідовне перемноження ланцюгових індексів дає базисний індекс відповідного періоду

$$\frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_n}{a_0}$$



$$i_{Л1} \times i_{Л2} \times i_{Л3} \times \dots \times i_{Лn} = i_{Бn}$$

2) за співвідношенням базисних індексів можна обчислити відповідні ланцюгові індекси.

$$\frac{a_2}{a_0} \div \frac{a_1}{a_0} = \frac{a_2}{a_1}$$



$$\frac{i_{Б2}}{i_{Б1}} = i_{Л2}$$

## 4. Системи взаємозалежних індексів і визначення впливу окремих факторів



Зв'язок соціально-економічних явищ і процесів знаходить своє відображення у взаємозв'язку відповідних показників.

загальні витрати  
часу на виробни-  
цтво продукції

=

трудомісткість  
одиниці  
продукції

×

кількість  
виготовленої  
продукції

Співмножники в подібних випадках виступають як факторні показники, від величини яких залежить результат:

- трудомісткість – інтенсивний фактор;
- кількість продукції – екстенсивний фактор.



Оцінка впливу окремих факторів на динаміку складного явища може бути здійснена як у відносному, так і в абсолютному вираженні.

Оцінити вплив кожного з факторів означає обчислити індекси факторних показників відповідної системи співзалежних індексів.

У загальному вигляді всі двофакторні індекси поєднані так:

$$\frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_0} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_1} \cdot \frac{\sum x_0 w_1}{\sum x_0 w_0},$$



$$I_{xw} = I_x \times I_w$$

**Індекс цін** пов'язаний з індексом фізичного обсягу товарообігу, утворюючи таку індексну систему:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0},$$



$$I_{pq} = I_p \times I_q$$

Кожен із факторних індексів характеризує відносну зміну результативного показника за рахунок окремих факторів.

Абсолютні прирости за рахунок окремих факторів обчислюють як різницю між чисельником і знаменником відповідних факторних індексів.

Загальний абсолютний приріст дорівнює:

$$\Delta_{xw} = x_1 w_1 - x_0 w_0$$

Його можна розкласти за факторами:

$$\Delta_x = x_1 w_1 - x_0 w_1 = w_1 (x_1 - x_0)$$

$$\Delta_w = x_0 w_1 - x_0 w_0 = x_0 (w_1 - w_0)$$

Очевидно, що при такому методі розкладання абсолютного приросту за факторами  $\Delta_{xw}$  буде дорівнювати  $\Delta_x + \Delta_w$ .

Розрахунок індивідуальних і загальних індексів:  
фізичного обсягу, цін і вартості реалізації товарів

Вид товару	Вихідні дані				Розрахункові дані		
	Ціна одиниці товару, грн.		Кіл-ть проданих товарів, шт.		Вартість проданих товарів, грн.		
	Базис. період	Звіт. період	Базис. період	Звіт. період	Базис. період	Звіт. період	Звіт. період у цінах базис. періоду
	$P_0$	$P_1$	$Q_0$	$Q_1$	$P_0Q_0$	$P_1Q_1$	$P_0Q_1$
А	18,40	18,00	400	446	7 360,0	8 206,4	8 028,0
В	7,60	8,20	280	280	1 976,0	2 128,0	2 296,0
С	6,10	6,50	380	300	2 318,0	1 830,0	1 950,0
Разом	х	х	х	х	11 654,0	12 164,4	12 274,0

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{12274,4}{11654,0} = 1,053$$

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \\ = 12274,0 - 11654,0 = 620 \text{ грн.}$$

Індекс  $I_{pq}$  свідчить про те, що товарообіг у фактичних цінах збільшився у звітному періоді на 5,3%, або в сумі на 620 грн.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{12274,0}{12164,4} = 1,009$$

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = \\ = 12274,0 - 12164,4 = 109,6 \text{ грн.}$$

За рахунок зростання цін на 0,9% товарообіг збільшився на 109,6 грн.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{12164,4}{11654,0} = 1,044$$

$$\Delta_q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = \\ = 12164,4 - 11654,0 = 510,4 \text{ грн.}$$

За рахунок збільшення кількості проданих товарів на 4,4% товарообіг збільшився на 510,4 грн.

У рамках індексної системи на основі будь-яких двох індексів можна визначити третій.

Наприклад:

витрати на виробництво зросли на 7,1%,  
фізичний обсяг виробленої продукції зріс на 5%.

$$I_{zq} = I_z I_q,$$



$$I_z = I_{zq} : I_q = 1,071 : 1,05 = 1,02.$$

Отже, собівартість продукції зросла на 2%.

## 5. Індекси динаміки середнього рівня інтенсивного показника



Аналіз динаміки середнього рівня здійснюють на основі побудови системи взаємозалежних індексів.

Динаміка середньої величини визначається такими факторами:

- а) зміною значень ознаки  $x$ ;
- б) структурними зрушеннями, викликаними зміною чисельності окремих варіант сукупності (частот)  $w$ .

При побудові системи індексів використовуються умовні позначення:

- $x_1$  і  $x_0$  — рівні осередненого показника;
- $w_1$  і  $w_0$  — частоти (ваги) інтенсивного показника.



Відношення середніх рівнів інтенсивного показника за поточний і базисний періоди являє собою *індекс змінного складу*:

$$I_{з.с.} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum w_1} : \frac{\sum x_0 w_0}{\sum w_0}$$



$$I_{з.с.} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}$$

Величина цього індексу залежить від двох факторів:

- зміни самого осередненого показника,
- співвідношення частот, тобто структурних зрушень.

Визначити зміну середнього рівня інтенсивного показника за рахунок першого фактора дозволяє *індекс фіксованого складу*:

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum w_1} : \frac{\sum x_0 w_1}{\sum w_1}$$



$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_1}$$

У цьому індексі структура сукупності фіксується на рівні звітного періоду, що і дає змогу проаналізувати зміну середньої лише за рахунок зміни рівнів інтенсивного показника.

Визначити зміну середнього рівня інтенсивного показника за рахунок другого фактора дозволяє *індекс структурних зрушень*:

$$I_{с.з.} = \frac{\sum x_0 w_1}{\sum w_1} \cdot \frac{\sum x_0 w_0}{\sum w_0}$$

У цьому індексі фіксується на рівні базисного періоду інтенсивний показник і, таким чином, визначається зміна середньої за рахунок структурних зрушень.

Між індексами середніх величин існує взаємозв'язок:

$$I_{з.с.} = I_{ф.с.} \times I_{с.з.}$$

## Обсяг виробництва виробу А та його собівартість на двох заводах галузі

Завод	Виготовлено продукції, шт.		Собівартість одиниці продукції, грн.	
	Базисний період, $q_0$	Звітний період, $q_1$	Базисний період, $z_0$	Звітний період, $z_1$
№ 1	400	300	14,0	13,5
№ 2	600	700	13,4	12,0
Разом	1 000	1 000	x	x

$$I_{з.с.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{13,5 \cdot 300 + 12,0 \cdot 700}{300 + 700} \cdot \frac{14,0 \cdot 400 + 13,4 \cdot 600}{400 + 600} = \frac{12,45}{13,64} = 0,913$$

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{13,5 \cdot 300 + 12,0 \cdot 700}{300 + 700} \cdot \frac{14,0 \cdot 400 + 13,4 \cdot 700}{400 + 700} = \frac{12,45}{13,58} = 0,917$$

$$I_{с.з.} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{13,58}{13,64} = 0,996$$

$$I_{з.с.} = I_{ф.с.} \times I_{с.з.} = 0,917 \times 0,996 = 0,913$$

# Тема 9

## СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ЯВИЩАМИ

### Питання:

1. Види взаємозв'язків між явищами.
2. Метод аналітичного групування.
3. Дисперсійний аналіз.
4. Основи кореляційно-регресійного аналізу.
5. Парна кореляція.
6. Непараметричні методи виявлення та вимірювання зв'язків.

# 1. Види взаємозв'язків між явищами



Явища виступають як:

причини зміни інших явищ

наслідки зміни інших явищ



Їм відповідають ознаки:

факторні

результативні



## Класифікація зв'язків між явищами:

За ступенем  
тісноти:

- функціональні
- кореляційні

За  
спрямованістю:

- прями
- обернені

За аналітичним  
вираженням:

- прямолінійні
- криволінійні

За кількістю  
факторів:

- однофакторні
- багатофакторні



При **функціональному зв'язку** кожному можливому значенню факторної ознаки  $x$  відповідає чітко визначене значення результативної ознаки –  $y$ .

**Стохастичні зв'язки** проявляються як узгодженість варіації двох чи більше ознак. У ланці зв'язку " $x \rightarrow y$ " кожному значенню ознаки  $x$  відповідає певна множина значень ознаки  $y$ , які утворюють так званий *умовний розподіл*.

Якщо умовні розподіли замінюються одним параметром – середньою, то такий зв'язок називають **кореляційним**.

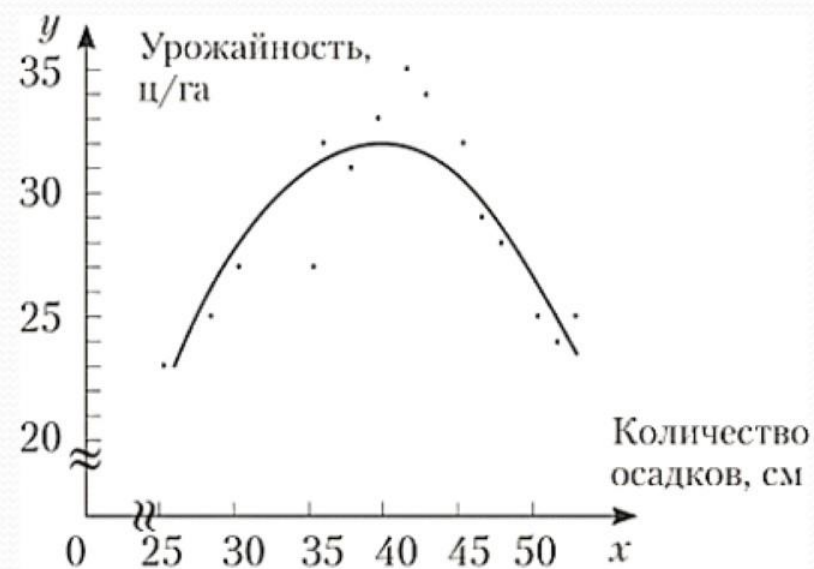
## Види взаємозв'язків

Факторна ознака, $X_i$	Результативна ознака у при наявності зв'язку:		
	функціонального	стохастичного	кореляційного
$X_1$	$Y_1$	$Y_1 Y_2$	$\bar{Y}_1$
$X_2$	$Y_2$	$Y_1 Y_2 Y_3$	$\bar{Y}_2$
$X_3$	$Y_3$	$Y_2 Y_3 Y_4$	$\bar{Y}_3$
... $X_n$	... $Y_n$	... $Y_{n-1} Y_n$	$\bar{Y}_n$

**Прямий зв'язок** — це такий зв'язок, при якому зі збільшенням або зменшенням значень факторної ознаки відповідно збільшується або зменшується значення результативної ознаки, тобто факторна і результативна ознаки змінюються в одному напрямку.

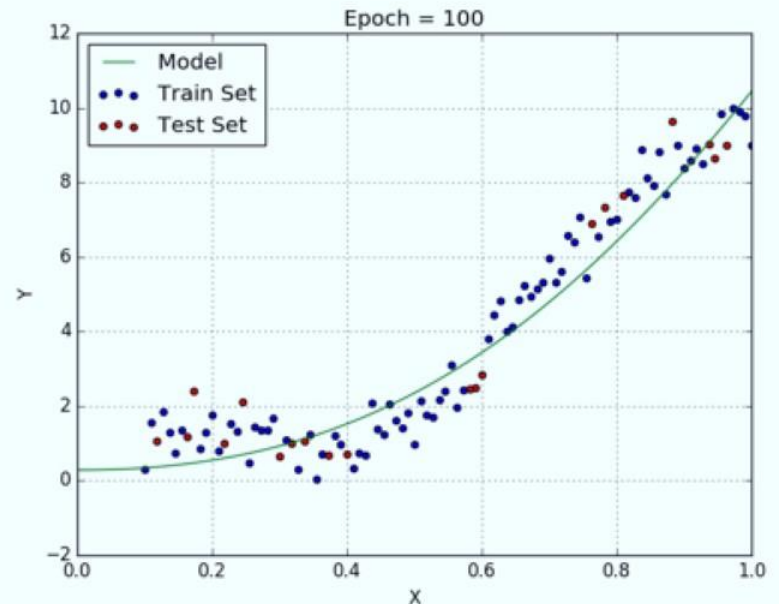
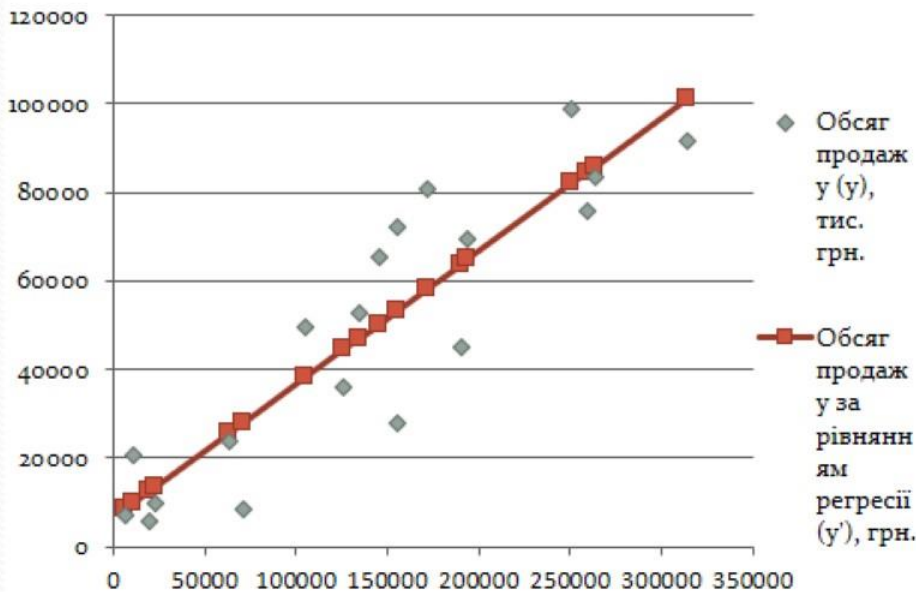
**Оберненим зв'язком** називають такий, при якому значення результативної ознаки змінюється в протилежному напрямку відносно зміни значення факторної ознаки.

Прямий і обернений зв'язки можуть переходити один в інший.



Якщо певний зв'язок явищ можна точно або наближено зобразити рівнянням будь-якої прямої лінії, то його називають **лінійним (прямолінійним) зв'язком**.

Якщо певний зв'язок явищ можна точно або наближено зобразити рівнянням будь-якої кривої лінії (параболи, гіперболи і т.п.), його називають **нелінійним (криволінійним) зв'язком**.



Для відповіді на питання про наявність або відсутність кореляційного зв'язку використовують методи:

*елементарні прийоми:*

паралельне порівняння  
рядів значень  
факторної і  
результативної ознак,

балансовий метод

графічне зображення

метод аналітичного  
групування

*дисперсійний  
аналіз*

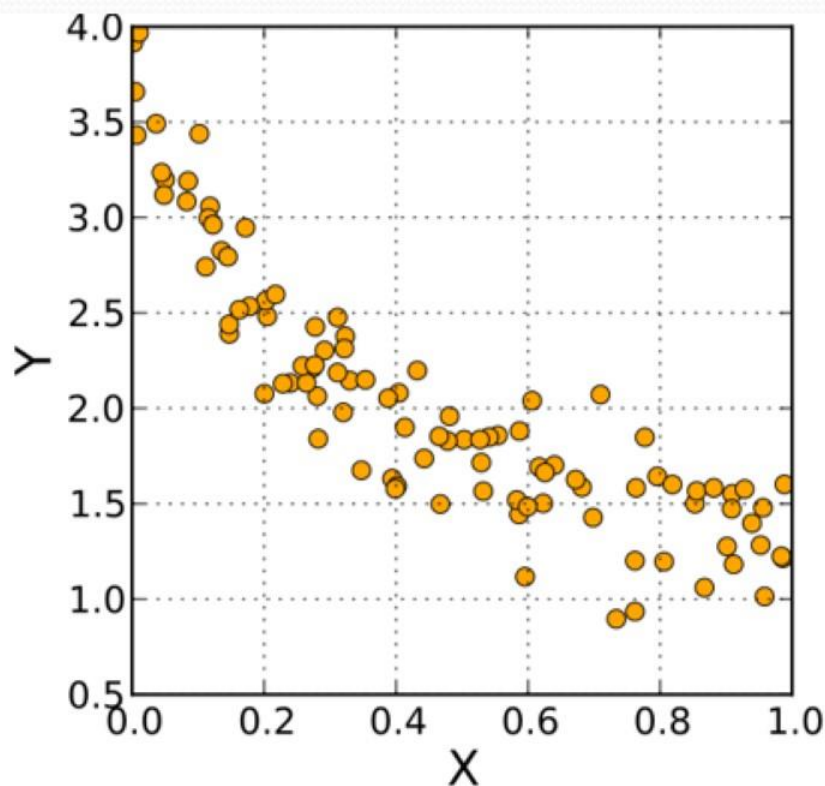
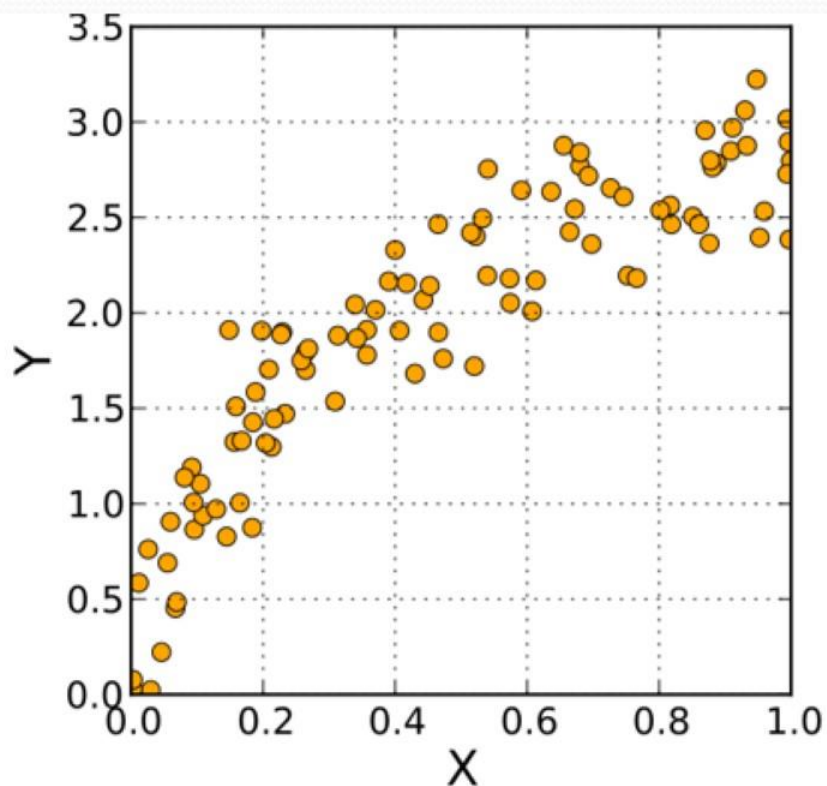
*кореляційно-  
регресійний аналіз*

*непараметричні  
методи*

## 2. Метод аналітичного групування



За великої кількості різних значень результативної ознаки для встановлення факту наявності зв'язку доцільно скористатися графічним або табличним методами наочного зображення і аналізу статистичних даних.



**Рівняння регресії (кореляційне рівняння)** - рівняння, за допомогою якого визначають статистичний зв'язок між корелюючими величинами.

**Лінія регресії** - лінія, побудована на основі рівняння регресії.

**Метод аналітичного групування** полягає в тому, що всі елементи сукупності групують, як правило, за факторною ознакою  $x$  і в кожній групі обчислюють середні значення результативної ознаки  $y$ , тобто лінія регресії оцінюється лише в окремих точках, які відповідають певному значенню  $x$ .



## Аналітичне групування банків

### Показники діяльності банків у звітному періоді

№ банку	Обіг коштів, млрд. грн.	Прибуток, млрд. грн.
1	7	3
2	11	4
3	12	4
4	16	6
5	22	8
6	27	7
7	30	11
8	38	14
9	45	18
10	46	17



Групи за обігом коштів, млрд. грн.	Групи за рівнем прибутку, млрд. грн.				Серед. рівень прибутку, млрд. грн.
	3-8	8-13	13-18	Разом	
7-20	4			4	5,5
20-33	1	2		3	8,8
33-46			3	3	15,5
Разом	5	2	3	10	-

Кожен рядок кореляційної таблиці (крім підсумку) містить **частоту умовного розподілу**. Підсумковий рядок містить **частоти безумовного розподілу**.

# 3. Дисперсійний аналіз



**Дисперсійний аналіз** – це метод оцінки впливу одного чи кількох факторів, що одночасно діють на певну результативну ознаку.

**Систематична (факторна) варіація** – це частина загальної варіації результативної ознаки, зумовлена систематичною дією факторних ознак.

**Випадкова (залишкова) варіація** – це частина загальної варіації результативної ознаки, зумовлена дією випадкових факторів. Вона відображає варіацію результативної ознаки, зумовлену іншими причинами, не врахованими в обсязі систематичної варіації.

В основі дисперсійного аналізу лежить **закон розкладання загальної дисперсії на складові**, згідно з яким загальна дисперсія результативної ознаки у складається з двох частин: міжгрупової (факторної) дисперсії та середньої з групових (залишкової).

**Суть дисперсійного аналізу** полягає у зіставленні різних видів дисперсій: міжгрупової та загальної, загальної та внутрішньогрупової, міжгрупової та внутрішньогрупової.

Відношення міжгрупової дисперсії до внутрішньогрупової показує, у скільки разів вплив групуючого фактора сильніший за вплив інших факторів.

Співвідношення міжгрупової та загальної дисперсій показує, яка частка варіації результативної ознаки викликана варіацією факторної ознаки.

Для вимірювання тісноти (щільності) зв'язків між ознаками застосовується **кореляційний метод**, суть якого полягає у визначенні спеціальних співвідношень, що базуються на правилі додавання дисперсій.

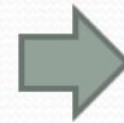
Відношення міжгрупової (факторної) дисперсії до загальної розглядається як міра щільності кореляційного зв'язку і називається **коефіцієнтом детермінації**.



$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

За статистичною структурою це відношення є часткою варіації результативної ознаки  $y$ , яка пов'язана з варіацією ознаки  $x$ .

Здобувши квадратний корінь із коефіцієнта детермінації, одержуємо емпіричне **кореляційне відношення:**



$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$$

Кореляційне відношення змінюється від 0 до 1. Якщо  $\eta=0$ , то міжгрупова дисперсія дорівнює нулю і кореляційний зв'язок між ознаками відсутній.

При  $\eta=1$  міжгрупова дисперсія дорівнює загальній, а середня з групових — нулю, зв'язок між ознаками - функціональний.

Індекс кореляції визначають зіставленням внутрішньогрупової і загальної дисперсії, і обчислюють за формулою:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2}{\sigma^2}}$$



Чим ближче  $R$  до 1, тим тісніший зв'язок між ознаками.

**Критичне значення** - максимально можливе значення кореляційного відношення, яке може виникнути випадково при відсутності кореляційного зв'язку.

Якщо фактичне значення  $\eta^2$  більше від критичного, то зв'язок між результативною і факторною ознаками вважається істотним.

Якщо фактичне значення  $\eta^2$  менше критичного, то наявність кореляційного зв'язку між ознаками не доведена і зв'язок вважається неістотним.

Для оцінки надійності кореляційних характеристик використовують критерії Фішера ( $F$ ) або Стюдента ( $t$ ).



Критерій Фішера (F-критерій):

$$F_{\phi} = \frac{\delta^2 k_2}{\sigma_i^2 k_1}$$

де  $\delta^2$  — міжгрупова дисперсія;  
 $\sigma^2$  — середня групова (залишкова)  
дисперсія;  
 $k_1$  і  $k_2$  — ступені вільності для  
великої і малої дисперсії.

F – критерій теоретичний  $F_T$  порахований при двох ймовірностях 0,95 і 0,99.

Якщо  $F_{\phi} > F_T$ , то з прийнятим ступенем ймовірності можна стверджувати про наявність впливу фактора, який вивчається.

Коли  $F_{\phi} < F_T$ , то різниця між дисперсіями зумовлена впливом випадкових факторів.

Розподіл у таблицях Фішера для знаходження  $F_T$  залежить від ступенів вільності міжгрупової  $k_1$  і середньої з групових  $k_2$  дисперсій.

В аналітичному групуванні їх обчислюють за формулами:

$$k_1 = t - 1 \quad k_2 = n - t$$

де  $n$  — кількість елементів досліджуваної сукупності;

$t$  — число груп.

Надійність кореляційного відношення за критерієм Стьюдента (t-критерію):



$$t_{\eta} = \frac{\eta}{\mu_{\eta}}$$

де  $\mu_{\eta}$  - середня похибка кореляційного відношення.



$$\mu_{\eta} = \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{n - 1}}$$

Якщо критерій Стьюдента  $t_n \geq 3$ , показник кореляційного відношення вважають вірогідним (тобто зв'язок між досліджуваними явищами є доведеним).

Якщо ж критерій  $t_n < 3$ , то висновки про вірогідність зв'язку між досліджуваними явищами сумнівні.

# 4. Основи кореляційно-регресійного аналізу



***Кореляційний аналіз*** – це метод визначення та кількісної оцінки взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують окремі соціально-економічні явища та процеси.



## Стадії кореляційного аналізу:

- 1) встановлення та відбору найбільш істотних ознак для аналізу;
- 2) визначення напрямку та форми зв'язку результативного та факторних показників та вибору типу математичного рівняння для аналізу існуючих зв'язків;
- 3) розрахунку характеристик кореляційної залежності;
- 4) статистичної оцінки вибірових показників зв'язку.

У кореляційно-регресійному аналізі лінія регресії безперервна і зображується у вигляді певної функції  $Y = f(x)$ , яка називається рівнянням регресії, а  $Y$  — це теоретичні значення результативної ознаки.

Різні явища по-різному реагують на зміну факторів. Для того, щоб відобразити характерні особливості зв'язку конкретних явищ, статистика використовує різні за функціональним видом регресійні рівняння.

Якщо зі зміною фактора  $x$  результат змінюється більш-менш рівномірно



лінійна функція  $Y = a + bx$

При нерівномірному співвідношенні варіацій взаємозв'язаних ознак (наприклад, коли прирости значень  $y$  зі зміною  $x$  прискорені чи сповільнені або напрям зв'язку змінюється)



нелінійні регресії:  
степеневу:  $Y = ax^b$   
гіперболу:  $Y = a + b/x$   
параболу:  $Y = a + bx + cx^2$



## 5. Парна прямолінійна кореляція



## Лінійне рівняння регресії:

$$Y = a + bx$$

Параметр ***b*** (*коефіцієнт регресії*) - величина іменована, має розмірність результативної ознаки і розглядається як ефект впливу ***x*** на ***y***.

Параметр ***b*** може набувати від'ємного значення, що свідчить про наявність оберненого зв'язку між показниками.


Параметр ***a*** - вільний член рівняння регресії, це значення ***y*** при ***x = 0***.

Якщо межі варіації ***x*** не містять нуля, то параметр ***a*** має лише розрахункове значення.


Параметри рівняння регресії визначаються методом **найменших квадратів**, основна умова якого — мінімізація суми квадратів відхилень емпіричних значень  $y$  від *теоретичних*  $Y$ :

$$\Sigma(y-Y)^2 = \min$$

Математично доведено, що значення параметрів  $a$  та  $b$ , при яких мінімізується сума квадратів відхилень, визначається із системи нормальних рівнянь:


$$\begin{cases} \Sigma y = na = b \Sigma x \\ \Sigma xy = a \Sigma x + b \Sigma x^2 \end{cases}$$

Якщо параметри рівняння зв'язку визначені правильно, то


$$\Sigma Y = \Sigma y$$

Важливе значення має оцінка щільності зв'язку, тобто оцінка узгодженості варіації взаємопов'язаних ознак

Для оцінки щільності зв'язку між ознаками обчислюють кореляційне відношення та коефіцієнт кореляції.

Середній рівень ознаки:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

Кореляційне відношення:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (Y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

Для вимірювання щільності прямолінійних зв'язків використовується **лінійний коефіцієнт кореляції**.

Коефіцієнт кореляції за незгрупованими даними:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

Коефіцієнт кореляції можна обчислювати і так:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}$$

Лінійний коефіцієнт кореляції може набувати будь-яких значень в межах від до -1 до +1.

Якщо  $r$  близьке до 1, то зв'язок між ознаками тісний, якщо  $r$  наближається до 0, то зв'язок незначний.

$r < 0,3$  - зв'язку немає,  
 $r = 0,3 - 0,5$  - зв'язок слабкий,  
 $r = 0,5 - 0,7$  - зв'язок середній,  
 $r > 0,7$  - зв'язок тісний.



Знак лінійного коефіцієнта кореляції вказує напрямок зв'язку:

знак плюс - прямий зв'язок,  
знак мінус - обернений зв'язок.

Для встановлення достовірності обчисленого кореляційного відношення використовується t-критерій Стюдента:

$$\mu_{\eta} = \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{n - 1}}$$

$$t_{\eta} = \frac{\eta}{\mu_{\eta}}$$

Якщо  $t_{\eta} > t_t$ , залежність є доведеною.



## 6. Непараметричні методи виявлення та вимірювання зв'язків





Для виявлення та вимірювання зв'язків між якісними ознаками використовують непараметричні методи, які називають **ранговими методами кореляції**.

Непараметричні методи не вимагають попередніх уявлень про характер розміщення вихідних статистичних даних. Для обчислень використовують не самі значення ознак, а їхні *знаки, ранги, частоти*.

Основні показники вимірювання зв'язків між ознаками, які є основою рангових методів:

- коефіцієнт Фехнера;
- коефіцієнт асоціації;
- коефіцієнт контингенції;
- коефіцієнт Спірмена.



**Коефіцієнт Фехнера** (коефіцієнт збігу знаків) – це відношення різниці числа знаків лінійних відхилень факторної та результативної ознак, що збігаються, та числа знаків, що не збігаються, до загального числа відхилень ознак від середніх.

$$r_z = \frac{\sum Z - \sum H}{\sum Z + \sum H}$$

де  $\sum Z$  – сума збігів знаків у відхиленнях;  
 $\sum H$  – сума незбігів знаків.

Значення коефіцієнта  $r$  змінюється від -1 до +1, і чим воно ближче до нуля, тим зв'язок між ознаками тісніший.

Коефіцієнт Фехнера може бути застосований як до якісних, так і до кількісних ознак.

**Коефіцієнти асоціації та контингенції** застосовують для вимірювання тісноти зв'язків якісних альтернативних ознак.

При дослідженні щільності зв'язку між якісними альтернативними ознаками (протилежними за змістом) використовують розрахункову таблицю, яка складається із чотирьох комірок, кожна з яких відповідає відомій альтернативі того чи іншого показника.

	Так	Ні	Разом
Так	a	b	a + b
Ні	c	d	c + d
Разом	a + c	b + d	a + b + c + d

**Коефіцієнт асоціації Д. Юла (A):**

$$A = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a \cdot d + b \cdot c}$$

**Коефіцієнт контингенції К. Пірсона (K):**

$$K = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{\sqrt{(a + b) \cdot (b + d) \cdot (a + c) \cdot (c + d)}}$$

Зв'язок між ознаками підтверджується, якщо:

$$A \geq 0,5 \text{ або } K \geq 0,3$$

**Рангами** називають числа натурального ряду, які згідно зі значеннями ознаки надаються елементам сукупності і певним чином упорядковують її.

**Ранг** – це порядковий номер ознаки у зростаючому ряді розподілу.

**Коефіцієнт Спірмена**  
(ранговий коефіцієнт кореляції) :



$$R = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$n$  – кількість рангів (одиниць сукупності);

$d = R_x - R_y$  – різниця рангів;

$R_x$  – ранг факторної ознаки;

$R_y$  – ранг результативної ознаки;

Для варіантів, які повторюються, ранг визначають як середню арифметичну відповідних рангів.

Коефіцієнт рангової кореляції може набувати значення в межах  $-1 \leq R \leq +1$ .

При  $R=1$  - прямий зв'язок між ознаками (ранги факторної ознаки цілком співпадають з рангами результативної ознаки, кожне значення  $R_x=R_x$  і  $\sum d^2=0$ ).

Якщо  $R=-1$ , то  $x$  і  $y$  мають обернений зв'язок.

Якщо  $R \sim 1$ , між ознаками досить сильний прямий зв'язок

# Тема 10

## СТАТИСТИЧНІ ТАБЛИЦІ. СТАТИСТИЧНІ ГРАФІКИ

### Питання:

1. Статистичні таблиці: сутність, елементи й правила побудови.
2. Види статистичних таблиць.
3. Поняття про статистичні графіки, їх види та основні елементи.
4. Побудова основних видів статистичних графіків.

# 1. Статистичні таблиці: сутність, елементи й правила побудови





**Статистичні таблиці** - це тільки ті таблиці, що містять наслідки статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

**Підмет таблиці** - це та статистична сукупність, ті об'єкти або їх частини, які характеризуються рядом числових показників.

**Присудок таблиці** - це показники, що характеризують статистичну сукупність.

## Обов'язкові атрибути статистичної таблиці:

**Загальний заголовок таблиці** повинен коротко і чітко характеризувати її зміст.

**Внутрішні заголовки таблиці** розміщуються збоку і зверху. У бічних заголовках розкривається зміст підмета, у верхніх - зміст присудка.

**Одиниці вимірювання даних таблиці** зазначаються або в загальному заголовку (якщо вони однакові для всіх показників таблиці), або у внутрішніх заголовках рядків і граф таблиці.

До деяких таблиць подаються **примітки**, в яких роз'яснюється зміст окремих показників або заголовків.

Сукупність горизонтальних рядків і вертикальних граф без наведення числових даних утворює макет статистичної таблиці:

Внутрішній заголовок, що розкриває зміст підмету	Верхні внутрішні заголовки, що розкривають зміст граф таблиці			
Бічні внутрішні заголовки, що розкривають зміст окремих рядків	Числові показники (присудок)			
Підсумок				

## **Вимоги до побудови та оформлення статистичних таблиць:**

1. Таблиця має бути компактною і містити лише ту інформацію, яка безпосередньо характеризує об'єкт дослідження.
2. Назва таблиці, заголовки рядків і граф мають бути стислими, чіткими і лаконічними.
3. У таблиці обов'язково слід вказувати одиниці вимірювання показників.
4. Рядки в підметі і графи в присудку, як правило, нумерують.
5. Точно додержуватись таких умовних позначень :
  - якщо клітинка таблиці не може бути заповнена, ставиться "x";
  - коли відомості про явище відсутні, ставиться "... " або "н.від.";
  - відсутність самого явища позначається тире "-";
  - дуже малі числа записуються (0,0) або (0,00).
6. Кількісні показники в межах однієї графи повинні наводитися з однаковою точністю, тобто до 0,1, до 0,01, до 0,001.
7. Таблиці повинні бути замкненими, тобто з підсумковими результатами.

## 2. Види статистичних таблиць



За побудовою підмета таблиці поділяють на види:

- *прості,*
- *групові,*
- *комбінаційні.*

**Прості таблиці** – ті, в яких підмет містить лише перелік одиниць статистичної сукупності.

Серед простих таблиць розрізняють:

- **Спискові** (підмет - список окремих ознак або об'єктів);
- **Територіальні** (підмет - перелік районів, областей, країн, територій);
- **Хронологічні** (підмет - періоди часу: місяці, квартали, роки, або моменти часу, дати).

## Споживання основних продуктів харчування у розрахунку на одного мешканця Львівської області (кілограмів)

№	Види продуктів	2016	2017	2018	2019	2020
1	М'ясо і м'ясопродукти	28,9	29,3	29,2	31,2	31,5
2	Молоко та молочні продукти	284,2	262,8	255,2	261,0	273,1
3	Яйця, штук	162	163	168	179	180
4	Риба та рибо продукти	2,9	3,8	4,9	5,7	6,1
5	Цукор	30,0	31,2	29,8	31,0	33,6
6	Олія	12,0	8,2	8,3	7,9	8,5
7	Картопля	140,4	148,4	132,7	124,6	125,0
8	Овочі і баштанні культури	53,4	55,7	61,5	66,5	84,4
9	Фрукти, ягоди та виноград	44,0	37,4	46,6	42,9	24,5
10	Хлібні продукти	120,8	119,9	120,3	125,7	122,1

**Групові таблиці** відрізняються тим, що у підметі їх розміщують групи елементів сукупності за однією ознакою.

### Результати групування підприємств галузі за середньорічною вартістю основних виробничих фондів

	Групи заводів за розміром основних виробничих фондів, млн. грн.	Кількість заводів	Середньорічна вартість основних виробничих фондів, млн. грн.	Валова продукція, млн. грн.	Чисельність робітників, чол.
1	2	3	4	5	6
1	1,0-2,5	3	5,4	5,6	820
2	2,5-4,0	9	27,6	26,5	3150
3	4,0 - 5,5	5	19,4	23,0	1945
4	5,5-7,0	3	15,2	15,9	1295
5	Більше 7.0	4	27.1	43.8	1420
	Разом	24	94.7	114.8	8630



У **комбінаційних таблицях** наводяться дані, згруповані за двома і більше ознаками, взятими в комбінації.

### Аналіз вікового складу устаткування

Група устаткування	Установлене устаткування на кінець року, шт.				Усього	Питома вага групи, %
	до 5 років	5–10 років	10–20 років	більше 20 років		
Конвеєри	25	49	6	8	88	9,42
Верстати токарські	63	39	57	24	183	19,59
Верстати фрезерні	128	118	62	52	360	38,54
Електрозавантажувачі	7	15	7	6	35	3,75
Інше устаткування	136	64	44	24	268	28,69
Разом вікова група	359	285	176	114	934	100
Питома вага вікової групи, %	38,44	30,51	18,84	12,21	100	
Середній вік групи, років	2,5	7,5	15	25		9,1

**За метою дослідження та призначенням статистичні таблиці поділяються на:**

**описово-інформаційні** (дають кількісну характеристику окремих явищ);

**аналітичні** (відображають взаємозв'язки між явищами та тенденції в їх розвитку);

**типологічні** (характеризують основні соціально-економічні типи явищ);

**спеціального призначення** (балансові, матричні тощо).

## **Аналіз статистичних таблиць включає:**

**1. Аналіз побудови таблиці**, тобто з визначення того, яке суспільне явище наведене в таблиці, якими ознаками воно характеризується, які ознаки покладені в основу групування, що утворює підмет і присудок.

### **2. Аналіз змісту таблиці передбачає:**

- вивчення окремих груп підмета таблиці (аналіз по горизонталі) і окремих ознак присудка (аналіз по вертикалі);
- зіставлення даних різних груп сукупності;
- визначення наявності і характеру залежності між окремими ознаками;
- подання узагальнюючих висновків про окремі групи і про всю сукупність.

### 3. Поняття про статистичні графіки, їх види та основні елементи



**Статистичний графік** - це особливий спосіб наочного зображення і узагальнення статистичних даних про соціально-економічні явища і процеси за допомогою геометричних образів, малюнків або схематичних географічних карт і пояснень до них.

**Графіки застосовуються, головним чином, для:**

- характеристики (порівняння) розвитку показників в часі і просторі,
- вивчення структури і структурних зрушень,
- контролю за виконанням планових завдань,
- характеристики просторового розміщення і просторового розповсюдження явищ,
- аналізу зв'язків і залежності між різними показниками або між значеннями варіаційної ознаки і частотами чи частками.

## Напрямки класифікації графіків:

**За загальним  
призначенням:**

- аналітичні,
- ілюстративні,
- інформаційні.

**За  
функціонально-  
цільовим  
призначенням:**

- графіки групувань і рядів розподілу,
- динаміки,
- взаємозв'язку й порівняння.

**За формою  
графічних  
образів:**

- крапкові,
- лінійні,
- площинні,
- просторові,
- фігурні.

## Напрямки класифікації графіків:

***За типом системи координат:***

- у прямокутній системі координат,
- у полярній системі координат

***За масштабними шкалами:***

- графіки з рівномірними шкалами,
- графіки з функціональними шкалами,
- графіки з змішаними шкалами.

***За видом їх поля:***

- діаграми,
- статистичні карти.

***З точки зору розв'язуваних завдань  
статистичні графіки поділяють на:***

- 1) графіки порівняння статистичних величин;
- 2) графіки структури і структурних зрушень;
- 3) графіки зображення динаміки статистичних показників;
- 4) графіки контролю виконання плану;
- 5) графіки просторового розміщення і розповсюдження;
- 6) графіки варіаційних рядів;
- 7) графіки взаємозв'язку і взаємозалежності.



**Основними  
елементами  
графіка є:**

- поле графіка,
- графічні образи,
- масштабні орієнтири,
- експлікація графіка.

**Поле графіка** - це простір, на якому розміщуються геометричні та інші знаки, які створюють графік.

**Графічний образ** - це сукупність різноманітних геометричних знаків, за допомогою яких відображаються статистичні величини.

**Масштабні орієнтири статистичних графіків** - це масштаб, масштабні шкали і масштабні знаки, які використовуються для визначення розмірів геометричних та інших графічних знаків.

**Масштаб** - це умовна міра переводу числової величини статистичного явища в графічну і навпаки. Тобто, це довжина відрізка шкали, прийнята за числову одиницю.

**Масштабна шкала** - це лінія, поділена на відрізки точками відповідно до прийнятого масштабу.

**Масштабні знаки** - це еталони, які зображають на графіку статистичні величини у вигляді квадратів, кругів, силуетів тощо.

**Експлікація графіка** - це словесні пояснення, які розкривають його зміст і основні елементи: заголовок графіка, одиниці виміру, умовні позначення.

## 4. Побудова основних видів статистичних графіків



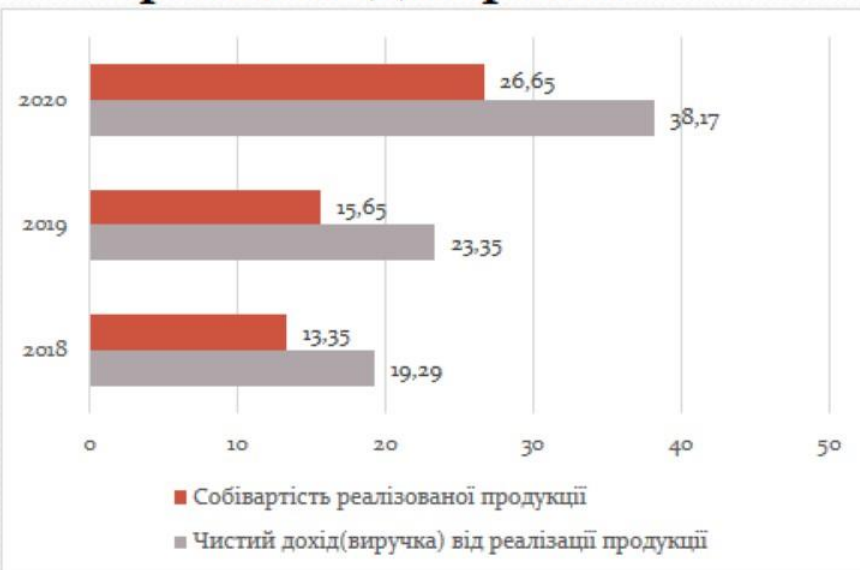
**Діаграми** - це такий вид графіків, в якому цифрові дані зображуються з допомогою різних геометричних фігур і ліній.

Діаграми є стовпчикові, стрічкові, секторні, лінійні, квадратні, прямокутні, кругові, картинні (фігурні).

Стовпчикова діаграма



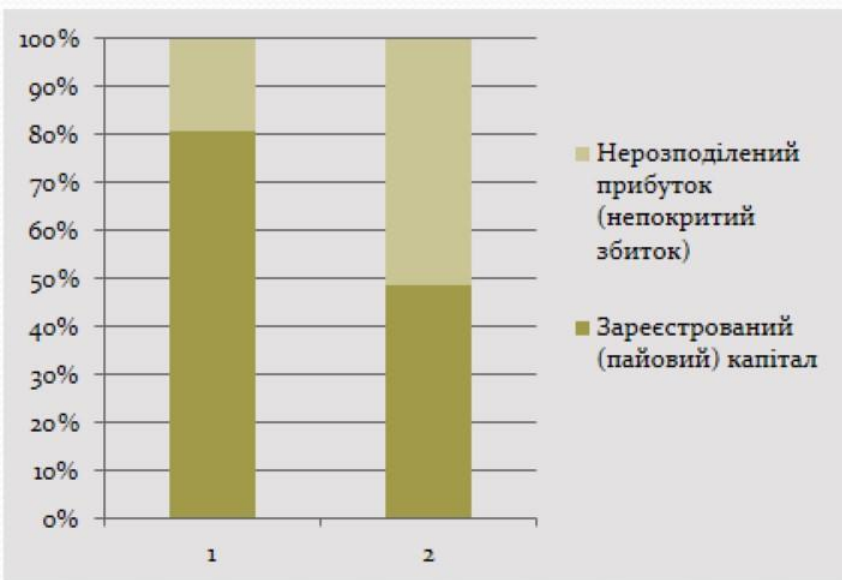
Стрічкова діаграма



**Структурні діаграми** - це діаграми питомих ваг, які характеризують відношення окремих частин сукупності до її загального об'єму.

За видами вони діляться на стовпчикові, стрічкові і секторні.

Стовпчикова діаграма



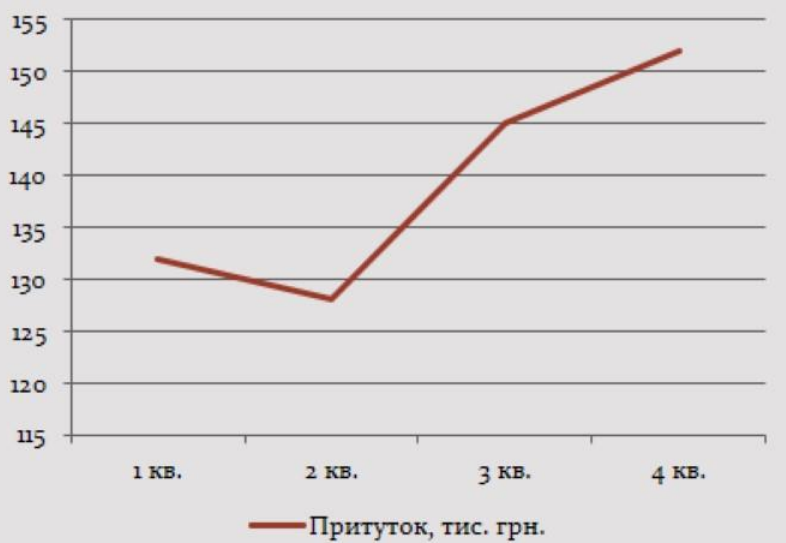
Секторна діаграма



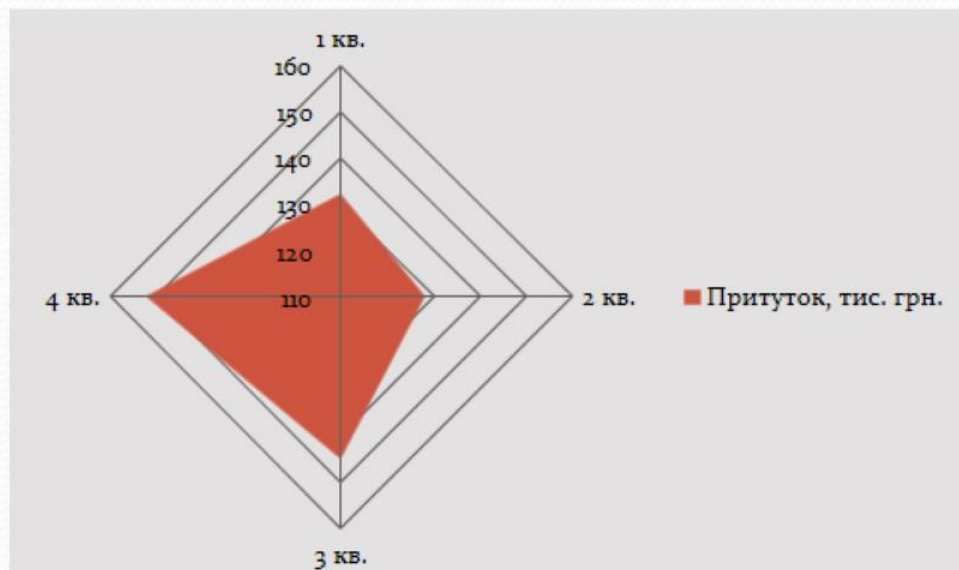
Графіки, які ілюструють зміну статистичних явищ в часі називаються **динамічними**.

Для зображення динаміки явищ часто використовують розглянуті нами раніше стовпчикові, стрічкові, квадратні, кругові і картинні діаграми, лінійні графіки.

Лінійний графік



Пелюсткова діаграма



Графічний метод широко використовується для **поточного контролю за ходом виконання плану.**

Найчастіше використовують два основних види графіків:

- а) лінійні графіки виконання плану;
- б) обліково-планові графіки.

**Обліково-планові графіки** будують на спеціально розграфленій сітці, яка має форму таблиці, і на якій по горизонталі відкладають одиниці часу (день, п'ятиденку, декаду, місяць, квартал), а по вертикалі розміщують об'єкти дослідження.

Для вивчення розміщення, рівня і ступеня розповсюдження якого-небудь явища в просторі використовується три види графіків: картограма, картодіаграма, центрограма.

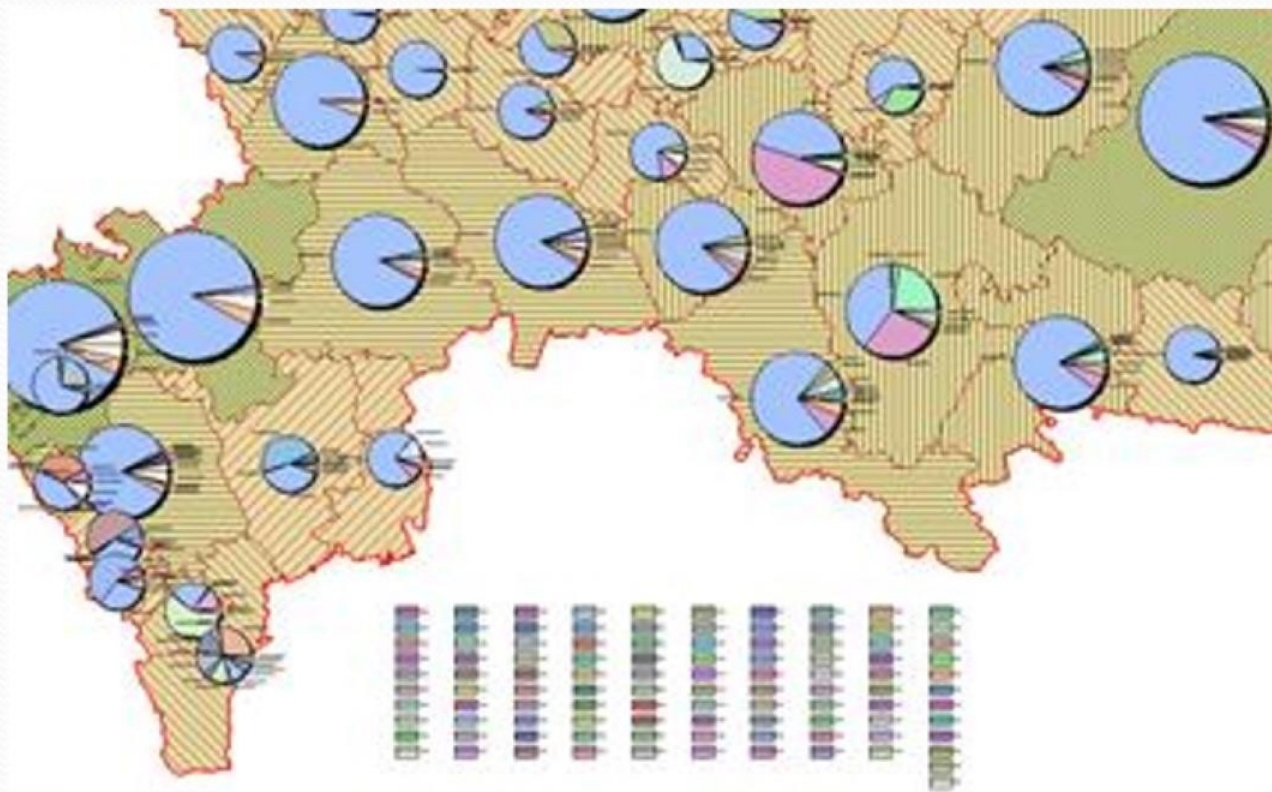
**Картограма** - це схематична географічна карта, на якій розподіл зображуваних явищ по територіях дається за допомогою розмальовування, штрихування або крапок.



Уміст гумусу в ґрунтах України



**Картодіаграма** - це поєднання схематичної географічної карти із діаграмою.



**Центрограма** - це контурна карта на якій розміщуються короткі цифрові таблиці з інформацією про історико-географічний розвиток і розміщення досліджуваного явища чи процесу.



## Рекомендована література

1. Головне управління статистики у Харківській області, (2023). [online]. Available at: <http://kh.ukrstat.gov.ua/> [Accessed 27 Jan. 2023].
2. Горкавий, В. К. (2019). *Статистика* [online]. 3-є вид., переробл. і доповн. Київ: Алерта, 644 с. Available at: <https://knau.kharkov.ua/uploads/fakultet/fof/data/sia/5.pdf> [Accessed 22 Jan. 2023].
3. Данилевич, С. Б., Комир, Л. И. (укл.) (2018). *Практикум по статистике: для студентов, обучающихся по специальности 051 – Экономика* [online]. Харьков: Изд-во НУА, 100 с. Available at: <http://dspace.nua.kharkov.ua:8080/jspui/handle/123456789/1886> [Accessed 25 Jan. 2023].
4. *Державна служба статистики України, (1998-2023)*. [online]. Available at: <https://www.ukrstat.gov.ua/> [Accessed 27 Jan. 2023].
5. Козирева, О. В. (2021). *Статистика* [online]. Харків: Вид-во Іванченка І. С., 187 с. Available at: [https://fmab.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F-FUB/Економіки і підприємництва/ek\\_predpriyatiy/nov\\_new\\_new/Статистика\\_посібник.pdf](https://fmab.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F-FUB/Економіки і підприємництва/ek_predpriyatiy/nov_new_new/Статистика_посібник.pdf) [Accessed 31 Jan. 2023].

6. Мармоза, А. Т. (2013). *Теорія статистики* [online]. 2-ге. вид., перероб. та доп. Київ: Центр учб. літ., 592 с. Available at: [https://dut.edu.ua/uploads/l\\_2126\\_23224923.pdf](https://dut.edu.ua/uploads/l_2126_23224923.pdf) [Accessed 22 Jan. 2023].
7. Рарок, О. В. (укл.) (2017). *Статистика* [online]. Кам'янець-Подільський: ФОП Сисин І. Я., 202 с. Available at: [http://elar.kpnu.edu.ua:8081/xmlui/bitstream/handle/123456789/1283/Rarok O. V. Statystyka.Konspekt lektsii.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://elar.kpnu.edu.ua:8081/xmlui/bitstream/handle/123456789/1283/Rarok_O.V.Statystyka.Konspekt_lektsii.pdf?sequence=1&isAllowed=y) [Accessed 30 Jan. 2023].
8. Раєвнева, О. В., Аксьонова, І. В. та Бровко, О. І. (2019). *Статистика* [online]. Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 389 с. Available at: <http://repository.hneu.edu.ua/bitstream/123456789/24523/1/2019%20-%20Раєвнева%20О%20В.pdf> [Accessed 31 Jan. 2023].
9. Самотоєнкова, О. В., Ольвінська, Ю. О. (2020). *Економічна статистика* [online]. 2-ге. вид., перероб. та доп. Одеса: ФОП Гуляєва В. М., 276 с. Available at: <http://dspace.oneu.edu.ua/jsru/bitstream/123456789/11718/1/Економічна%20статистика.pdf> [Accessed 11 Jan. 2023].

*Навчальне видання*

**БІЗНЕС-СТАТИСТИКА ТА СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ**  
Навчальний наочний посібник для студентів  
економічних спеціальностей

*(українською мовою)*

В авторській редакції  
Комп'ютерний набір *Л. О. Рубан*

Підписано до друку 11.05.2023. Формат 60×84/16.  
Папір офсетний. Гарнітура «Таймс».  
Ум. друк. арк. 18,0. Обл.-вид. арк. 2,68.  
Тираж 100 пр. Зам №

*План навч. р., поз. № 4 в переліку робіт кафедри*

Видавництво Народної української академії  
Свідоцтво № 1153 від 16.12.2002.

Надруковано у видавництві Народної української академії  
Україна, 61000, Харків, МСП, вул. Лермонтовська, 27.